

Α΄ ΟΜΑΔΑΣ

1. Να βρείτε τα όρια:

i) $\lim_{x \rightarrow 0} (x^5 - 4x^3 - 2x + 5)$

ii) $\lim_{x \rightarrow 1} (x^{10} - 2x^3 + x - 1)$

iii) $\lim_{x \rightarrow -1} (x^8 + 2x + 3)^{20}$

iv) $\lim_{x \rightarrow 3} [(x-5)^3 |x^2 - 2x - 3|]$

v) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 + 2x - 5}{x + 3}$

vi) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x^2 - 3x| + |x - 2|}{x^2 + x + 1}$

vii) $\lim_{x \rightarrow 1} \sqrt[3]{(x+2)^2}$

viii) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + x + 2} - 2}{x^2 + 4x + 3}$

2. Έστω μια συνάρτηση f με $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 4$. Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 2} g(x)$ αν:

i) $g(x) = 3(f(x))^2 - 5$

ii) $g(x) = \frac{|2f(x) - 11|}{(f(x))^2 + 1}$

iii) $g(x) = (f(x) + 2)(f(x) - 3)$

3. Να βρείτε τα όρια

i) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4 - 16}{x^3 - 8}$

ii) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - 3x + 1}{x^2 - 1}$

iii) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - \frac{1}{x}}{1 - \frac{1}{x^2}}$

iv) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x+3)^3 - 27}{x}$

4. Να βρείτε τα όρια

i) $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{3 - \sqrt{x}}{9 - x}$

ii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{1 - x^2}}{x^2}$

iii) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{\sqrt{x^2 + 5} - 3}$

iv) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x^2 - 5x + 4}$

5. Να βρείτε (αν υπάρχει), το όριο της f στο x_0 αν:

$$\text{i) } f(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq 1 \\ 5x, & x > 1 \end{cases} \quad \text{και} \quad x_0 = 1$$

$$\text{ii) } f(x) = \begin{cases} -2x, & x < -1 \\ x^2 + 1, & x \geq -1 \end{cases} \quad \text{και} \quad x_0 = -1.$$

6. Να βρείτε τα όρια:

$$\text{i) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\eta\mu 3x}{x}$$

$$\text{ii) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\epsilon\phi x}{x}$$

$$\text{iii) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\epsilon\phi 4x}{\eta\mu 2x}$$

$$\text{iv) } \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x - \eta\mu x}{x} \right)$$

$$\text{v) } \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\eta\mu x}{x^3 + x} \right)$$

$$\text{vi) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\eta\mu 5x}{\sqrt{5x+4} - 2}.$$

7. Να βρείτε τα όρια:

$$\text{i) } \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\eta\mu^2 x}{1 + \sigma\upsilon\nu x}$$

$$\text{ii) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sigma\upsilon\nu^2 x}{\eta\mu 2x}$$

$$\text{iii) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\eta\mu x}{\eta\mu 2x}.$$

8. Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$, αν:

$$\text{i) } 1 - x^2 \leq f(x) \leq 1 + x^2 \quad \text{για κάθε } x \in \mathbb{R}$$

$$\text{ii) } 1 - x^4 \leq f(x) \leq \frac{1}{\sigma\upsilon\nu^2 x} \quad \text{για κάθε } x \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right).$$

9. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} 2ax + \beta, & x \leq 3 \\ ax + 3\beta, & x > 3 \end{cases}$. Να βρείτε τις τιμές των $a, \beta \in \mathbb{R}$, για τις οποίες ισχύει $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 10$.