## Α΄ ΟΜΑΔΑΣ

**1.** Αν $\vec{\alpha}=(-1,3)$ και $\vec{\beta}=(2,5)$, τότε

(i) Να βρείτε τα εσωτερικά γινόμενα $\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}$, $(2\vec{\alpha})\cdot(-3\vec{\beta})$ και $(\vec{\alpha}-\vec{\beta})\cdot(3\vec{\alpha}+\vec{\beta})$

(ii) Να βρείτε τη σχέση που συνδέει τους $\kappa,\lambda\in\mathbf{R}$, ώστε το εσωτερικό γινόμενο των διανυσμάτων $\vec{u}=(\kappa,\lambda)$ και $\vec{\beta}$ να είναι ίσο με μηδέν. Ποια η σχέση όλων των διανυσμάτων $\vec{u}$ στην περίπτωση αυτή;

**2.** Αν $\vec{u}=(1,2)$, $\vec{v}=(4,2)$ και $\vec{w}=(6,0)$, να υπολογίσετε τις παραστάσεις: $\vec{u}\cdot(7\vec{v}+\vec{w})$, $|\vec{u}|(\vec{v}\cdot\vec{w})$, $|(\vec{u}\cdot\vec{v})\cdot\vec{w}|$ και $(|\vec{u}|\cdot\vec{v})\cdot\vec{w}$.

**3.** Αν $\vec{\alpha}=(1,0)$ και $\vec{\beta}=(1,1)$, να βρείτε τον $\lambda\in\mathbf{R}$, ώστε:

(i) Τα διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\alpha}+\lambda\vec{\beta}$ να είναι κάθετα

(ii) Τα διανύσματα $\vec{\beta}$ και $\vec{\alpha}+\lambda\vec{\beta}$ να είναι κάθετα.

**4.** Να βρείτε τα διανύσματα που είναι κάθετα στο $\vec{u}=(3,-2)$ και έχουν μέτρο ίσο με 1.

**5.** Αν $|\vec{\alpha}|=2$, $|\vec{\beta}|=3$ και $(\widehat{\vec{\alpha},\vec{\beta}})=\frac{\pi}{3}$, να υπολογίσετε τον $\kappa\in\mathbf{R}$, ώστε τα διανύσματα $\vec{u}=3\vec{\alpha}-\vec{\beta}$ και $\vec{v}=\kappa\vec{\alpha}+2\vec{\beta}$ να είναι κάθετα.

**6.** Αν $\vec{\alpha}=(\kappa,1)$ και $\vec{\beta}=(4,3)$, να βρείτε τον $\kappa\in\mathbf{R}$ ώστε να ισχύει:

(i) $\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}=0$ (ii) $(\widehat{\vec{\alpha},\vec{\beta}})=\frac{\pi}{4}$ (iii) $\vec{\alpha}\,//\,\vec{\beta}$.

**7.** Αν $|\vec{\alpha}|=|\vec{\beta}|=1$ και $(\widehat{\vec{\alpha},\vec{\beta}})=\frac{2\pi}{3}$, να υπολογίσετε τη γωνία των διανυσμάτων $\vec{u}=2\vec{\alpha}+4\vec{\beta}$ και $\vec{v}=\vec{\alpha}-\vec{\beta}$.

**8.** Αν τα διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ είναι μη μηδενικά, να αποδείξετε ότι:

$$\vec{\alpha}\perp(\vec{\alpha}-\vec{\beta})\Leftrightarrow \text{συν}(\vec{\alpha},\vec{\beta})=\frac{|\vec{\alpha}|}{|\vec{\beta}|}.$$

**9.** Να αποδείξετε ότι τα διανύσματα $\vec{u}=|\vec{\alpha}|\cdot\vec{\beta}+|\vec{\beta}|\cdot\vec{\alpha}$ και $\vec{v}=|\vec{\alpha}|\cdot\vec{\beta}-|\vec{\beta}|\cdot\vec{\alpha}$ είναι κάθετα.

**10.** Να αποδείξετε ότι για δύο μη μηδενικά διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$, το διάνυσμα $\vec{v}=\vec{\beta}^2\cdot\vec{\alpha}-(\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta})\cdot\vec{\beta}$ είναι κάθετο στο $\vec{\beta}$.

**11.** Δίνονται τα σημεία $A(3,-2), B(6,-4), \Gamma(1,5)$ και $\Delta(-1,2)$. Να υπολογίσετε

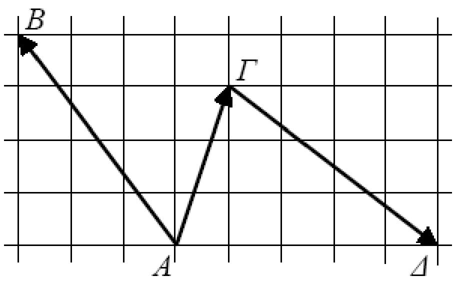
(i) Το εσωτερικό γινόμενο $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{\Gamma\Delta}$

(ii) Τι συμπεραίνετε για τα διανύσματα $\overrightarrow{AB}$ και $\overrightarrow{\Gamma\Delta}$;

**12.** Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha}=(2,-4)$ και $\vec{\beta}=(-8,5)$. Να αναλύσετε το $\vec{\beta}$ σε δύο κάθετες συνιστώσες, από τις οποίες η μία να είναι παράλληλη προς το $\vec{\alpha}$.

**13.** Να υπολογίσετε τα μήκη των διαγωνίων ενός παραλληλογράμμου που κατασκευάζεται με τα διανύσματα $5\vec{\alpha}+2\vec{\beta}$ και $\vec{\alpha}-3\vec{\beta}$, αν $|\vec{\alpha}|=2\sqrt{2}$, $|\vec{\beta}|=3$ και $(\widehat{\vec{\alpha},\vec{\beta}})=45^0$.

**14.** Για τα διανύσματα του διπλανού σχήματος να υπολογίσετε την παράσταση $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{A\Gamma}+\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{\Gamma\Delta}$.




**15.** Να εξετάσετε πότε ισχύει:

(i) $|\vec{\alpha}+\vec{\beta}|=|\vec{\alpha}|+|\vec{\beta}|$

(ii) $\left||\vec{\alpha}|-|\vec{\beta}|\right|=|\vec{\alpha}+\vec{\beta}|$