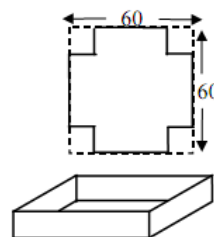


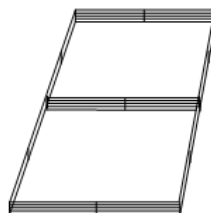
Β' ΟΜΑΔΑΣ

1. Αν $v = 100p(1 + \ln r) - 100qr$, όπου p και q θετικές σταθερές, να δείξετε ότι το v έχει τη μέγιστη τιμή του όταν $r = \frac{p}{q}$.
2. Αν $v = \kappa x^2 \ln\left(\frac{1}{x}\right)$, όπου κ θετική σταθερά, να δείξετε ότι το v έχει τη μέγιστη τιμή του όταν $x = \frac{1}{\sqrt{e}}$.

3. Από ένα φύλλο λαμαρίνας σχήματος τετραγώνου πλευράς 60 cm θα κατασκευαστεί ένα δοχείο, ανοικτό από πάνω, αφού κοπούν από τις γωνίες του τέσσερα ίσα τετράγωνα και στη συνέχεια διπλωθούν προς τα επάνω οι πλευρές. Να βρείτε ποιες πρέπει να είναι οι διαστάσεις του δοχείου, ώστε να έχει το μέγιστο όγκο.



4. Θέλουμε να περιφράξουμε μια περιοχή 16000 m² σχήματος ορθογωνίου με μεταβλητές διαστάσεις και να τη χωρίσουμε στη μέση. Ο φράχτης για την περιφράξη κοστίζει 900 δρχ./m και ο φράχτης για το χώρισμα 600 δρχ./m. Να βρείτε ποιες πρέπει να είναι οι διαστάσεις του ορθογωνίου ώστε, να έχουμε το ελάχιστο κόστος για την περιφράξη μαζί με το χώρισμα.



5. Σε έναν κύκλο ακτίνας ρ να εγγράψετε το ορθογώνιο με το μεγαλύτερο δυνατό εμβαδόν.
6. Ένα σύρμα μήκους λ κόβεται σε δύο τμήματα με τα οποία σχηματίζουμε έναν κύκλο και ένα τετράγωνο αντιστοίχως. Να δείξετε ότι το άθροισμα των εμβαδών των δύο σχημάτων είναι ελάχιστο, όταν η πλευρά του τετραγώνου είναι ίση με τη διάμετρο του κύκλου.
7. Η έρευνα έχει δείξει ότι αν σε έναν ασθενή γίνει μια υποδόρια ένεση, τότε ύστερα από χρόνο t η συγκέντρωση y του φαρμάκου στο αίμα του δίνεται από τη συνάρτηση $y(t) = \frac{A}{k_2 - k_1} (e^{-k_1 t} - e^{-k_2 t})$, όπου A , k_1 και k_2 θετικές σταθερές με $k_2 > k_1$. Να βρείτε το χρόνο t στον οποίο το φάρμακο θα παρουσιάσει τη μέγιστη συγκέντρωση.

8. Ένα ορισμένο όχημα όταν ταξιδεύει με ταχύτητα v km/h, καταναλώνει την ώρα $6 + 0,0001v^3$ λίτρα καύσιμα.
- i) Να βρείτε τη συνολική ποσότητα καυσίμων που χρειάζεται για να διανύσει μια απόσταση 1000km με σταθερή ταχύτητα v .
- ii) Να βρείτε την τιμή του v για την οποία έχουμε την οικονομικότερη κατανάλωση καυσίμων, καθώς και την ποσότητα καυσίμων που χρειάζεται το όχημα για να διανύσει τα 1000km.
Να σχολιάσετε αν η απάντηση στο ερώτημα ii) είναι εφαρμόσιμη λόγω της μεγάλης απόστασης.
9. Δύο ηλεκτρικές αντιστάσεις πρέπει να έχουν άθροισμα 450Ω . Πως πρέπει να επιλεγούν ώστε όταν συνδεθούν εν παραλλήλω να δίνουν τη μέγιστη ολική αντίσταση;
10. Το μεσημέρι ένα ιστιοφόρο βρίσκεται 20 χιλιόμετρα βορείως ενός φορτηγού πλοίου. Το ιστιοφόρο ταξιδεύει νότια με 40 km/h, και το φορτηγό ανατολικά με 20 km/h. Αν η ορατότητα είναι 10 km, θα έχουν οι άνθρωποι των δύο πλοίων οπτική επαφή σε κάποια στιγμή;