

Β' ΟΜΑΔΑΣ

1. Αν τα σημεία $K\left(\frac{3}{2}, \frac{5}{2}\right)$, $A\left(3, \frac{7}{2}\right)$, $M\left(4, \frac{5}{2}\right)$, $N(3,1)$ και $\Xi\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right)$ είναι τα μέσα των πλευρών AB , BG , GD , DE και EA , αντιστοίχως, του πενταγώνου $ABGDE$, να βρεθούν οι συντεταγμένες των κορυφών του πενταγώνου.
2. Σε ένα σύστημα συντεταγμένων οι τετμημένες δύο σημείων A και B είναι οι ρίζες της εξίσωσης $x^2 - (\lambda^2 - 4\lambda + 3)x - 17 = 0$. Να βρείτε την τιμή του $\lambda \in \mathbf{R}$, ώστε το μέσον του τμήματος AB να έχει τετμημένη ίση με 4.
3. Δίνονται τα σημεία $M_1(\kappa_1, \lambda_1)$, $M_2(\kappa_2, \lambda_2)$, $M_3(\kappa_3, \lambda_3)$ και $M_4(\kappa_4, \lambda_4)$. Να εξετάσετε πότε τα σημεία αυτά είναι τα μέσα των διαδοχικών πλευρών τετραπλεύρου.
4. Για οποιουσδήποτε πραγματικούς αριθμούς $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2, x, y$ να αποδείξετε ότι:
$$\sqrt{(x-\alpha_1)^2 + (y-\beta_1)^2} + \sqrt{(x-\alpha_2)^2 + (y-\beta_2)^2} \geq \sqrt{(\alpha_2 - \alpha_1)^2 + (\beta_2 - \beta_1)^2}.$$
5. Δίνονται δύο μη συγγραμμικά διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ ενός επιπέδου. Να αποδείξετε ότι οποιοδήποτε διάνυσμα \vec{r} του επιπέδου αυτού μπορεί να εκφραστεί ως γραμμικός συνδυασμός των $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ κατά μοναδικό τρόπο.