

Β' ΟΜΑΔΑΣ

1. Σε ποιά σημεία της καμπύλης της συνάρτησης $f(x) = \frac{3x}{x+1}$ η εφαπτομένη της είναι παράλληλη στην ευθεία $y = 3x + 5$;

2. Να βρείτε τα σημεία της καμπύλης της συνάρτησης

$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 4$ στα οποία οι εφαπτόμενες είναι παράλληλες στον άξονα $x'x$.

3. Να βρείτε τις εξισώσεις των εφαπτομένων της γραφικής παράστασης της

$f(x) = \frac{x}{x+1}$ που είναι παράλληλες στη διχοτόμο της γωνίας $x\hat{O}y$.

4. Ένα σώμα κινείται σε έναν άξονα έτσι ώστε η θέση του σε χρόνο t να δίνεται από τον τύπο $x(t) = t^3 - 2t^2 + t$. Να βρείτε την ταχύτητα του σώματος σε χρόνο t και να προσδιορίσετε πότε το σώμα είναι ακίνητο. Ποια είναι η επιτάχυνση του σώματος στις χρονικές αυτές στιγμές;

5. Αν $f(x) = A\sin\omega x + B\eta\mu\omega x$, να δείξετε ότι $f''(x) + \omega^2 f(x) = 0$.

6. Αν $f(x) = ae^{px} + \beta e^{-px}$, να δείξετε ότι $f''(x) = p^2 f(x)$.

7. Αν $f(x) = e^{\mu x}$, να βρείτε το μ ώστε να ισχύει $f''(x) - 3f'(x) - 4f(x) = 0$.

8. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της καμπύλης της συνάρτησης

$f(x) = 2\eta\mu x \cdot \sigma\upsilon\nu x$ στο σημείο της με $x = \frac{\pi}{3}$.

9. Ο ρυθμός της φωτοσύνθεσης P ενός φυτού δίνεται από τον τύπο $P(I) = \frac{I}{\alpha + \beta I}$, $I \geq 0$, όπου I η ένταση του φωτός και α, β σταθερές. i) Να βρείτε την $P'(I)$ ή, όπως λέγεται, τη *φωτοχημική ικανότητα* του φυτού, καθώς και την $P'(0)$. ii) Να δείξετε ότι $P'(I) = \frac{1}{\alpha}[1 - \beta P(I)]^2$.
10. Η θέση ενός υλικού σημείου που κινείται σε έναν κατακόρυφο άξονα δίνεται από τον τύπο $y(t) = A\eta\mu\omega t$, όπου t ο χρόνος και τα A, ω σταθερές.
- Να βρείτε την ταχύτητα και την επιτάχυνση του σημείου ως συνάρτηση του t .
 - Να δείξετε ότι η επιτάχυνση είναι ανάλογη της απομάκρυνσης y .
 - Να δείξετε ότι, όταν η επιτάχυνση είναι 0, το μέτρο της ταχύτητας είναι μέγιστο.