

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1ο ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΑ

1.3 Πολλαπλασιασμός ενός αριθμού με διάνυσμα

Κατανόησης - σχετικά εύκολες

1.Α. Να χαρακτηρίσετε με «Σ» (σωστό) ή «Λ» (λάθος) τις παρακάτω προτάσεις.

1. Αν $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BG} = \overrightarrow{AG}$, τότε τα σημεία Α, Β, Γ είναι συνευθειακά.

2. Αν $|\vec{\alpha}| = |\vec{\beta}|$, τότε $\vec{\alpha} = \vec{\beta}$.

3. Αν $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{GA} = \vec{0}$, τότε $\overrightarrow{AA} = \vec{0}$.

4. Αν $|\vec{\alpha}| = \lambda |\vec{\beta}|$, τότε $\vec{\alpha} \parallel \vec{\beta}$.

5. Αν $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA}$, τότε $\overrightarrow{AB} = \vec{0}$.

6. Τα διανύσματα $\overrightarrow{AB}$ και $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}$ είναι ίσα.

7. Αν το $\vec{\alpha} + \vec{\beta}$ είναι συγγραμμικό του $\vec{\alpha}$, τότε το $\vec{\alpha} + \vec{\beta}$ είναι συγγραμμικό του $\vec{\beta}$.

8. Αν $\vec{\alpha} = \kappa \vec{\beta} + \lambda \vec{\gamma}$ και $\kappa, \lambda > 0$, τότε τα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}$ είναι συγγραμμικά.

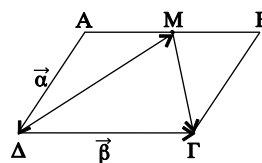
9. Αν $\lambda \vec{\alpha} = \vec{0}$, $\lambda \in \mathbb{R}$ τότε οπωσδήποτε $\vec{\alpha} = \vec{0}$.

10. Αν $\kappa \vec{\alpha} = \lambda \vec{\beta}$, $\kappa, \lambda \in \mathbb{R}$ και $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ μη συγγραμμικά, τότε $\lambda = \kappa = 0$.

1.B. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση από τις προτεινόμενες σε κάθε περίπτωση

1. Στο παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ το Μ είναι μέσο της

ΑΒ. Αν $\overrightarrow{ΑΔ} = \vec{\alpha}$ και $\overrightarrow{ΔΓ} = \vec{\beta}$, τότε:



- α) Το διάνυσμα $\overrightarrow{ΔΜ}$ ισούται με

A. $\frac{\vec{\alpha} + \vec{\beta}}{2}$

B. $\frac{\vec{\beta} - \vec{\alpha}}{2}$

Γ. $-\vec{\alpha} + \frac{1}{2}\vec{\beta}$

Δ. $\vec{\alpha} + \frac{1}{2}\vec{\beta}$

Ε. $\frac{1}{2}\vec{\alpha} + \vec{\beta}$

- β) Το διάνυσμα $\overrightarrow{ΜΓ}$ ισούται με

A. $\vec{\alpha} - \frac{1}{2}\vec{\beta}$

B. $\frac{1}{2}\vec{\alpha} + \vec{\beta}$

Γ. $\frac{1}{2}\vec{\alpha} - \vec{\beta}$

Δ. $\vec{\alpha} + \frac{1}{2}\vec{\beta}$

Ε. $\frac{\vec{\alpha} + \vec{\beta}}{2}$

2. Αν ισχύει: $\kappa\vec{\alpha} + \lambda\vec{\beta} = \vec{0}$, κ, λ πραγματικοί αριθμοί διάφοροι του μηδενός, τότε ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι σε κάθε περίπτωση σωστή;

A. Τα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ έχουν την ίδια φορά

B. Τα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ είναι κάθετα

Γ. Τα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ είναι αντίρροπα

Δ. Τα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ έχουν το ίδιο μέτρο

Ε. Τα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ έχουν την ίδια διεύθυνση

Πηγή: ΚΕΕ

Εφαρμογής - μέτριας δυσκολίας

3. Αν για σημείο K του επιπέδου τριγώνου ABΓ ισχύει: $\overrightarrow{KA} + \overrightarrow{KB} + \overrightarrow{KG} = \vec{0}$ να δείξετε ότι το K είναι κέντρο βάρους του τριγώνου αυτού.

4. Έστω AB, ΓΔ τυχαία ευθύγραμμα τμήματα στο επίπεδο και M, N τα μέσα αυτών. Ναδειχθεί ότι:

$$2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BD}$$

5. Σε κύκλο (O,R) θεωρούμε τις κάθετες χορδές AB, ΓΔ, που τέμνονται σε σημείο P. Ναδειχθεί ότι:

$$\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PG} + \overrightarrow{PD} = 2\overrightarrow{PO}$$

6. Να αποδείξετε ότι για οποιαδήποτε σημεία A, B, Γ, Δ ισχύει:

$$\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BG} = \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BD}$$

Ανάλυσης και εφαρμογής - αυξημένης δυσκολίας

7. Αν K είναι το κοινό σημείο των ευθειών που ορίζονται από τα μέσα των απέναντι πλευρών τετραπλεύρου ABΓΔ, ναδειχθεί ότι:

$$\overrightarrow{KA} + \overrightarrow{KB} + \overrightarrow{KG} + \overrightarrow{KD} = \vec{0}$$

8. Δίνεται τρίγωνο ABΓ. Να προσδιοριστεί σημείο P τέτοιο ώστε να ισχύει:

$$\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PG} = \vec{0}$$

9. Δίνεται τρίγωνο ABΓ και τα σημεία Δ, E και Z ώστε να ισχύει

$$\overrightarrow{AD} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}, \quad \overrightarrow{AZ} = \frac{4}{5}\overrightarrow{AG} = \text{ και } \overrightarrow{GE} = \overrightarrow{BG}$$

α) Να εκφράσετε τα διανύσματα $\overrightarrow{DE}$ και $\overrightarrow{DZ}$ συναρτήσει των $\overrightarrow{AB}$ και $\overrightarrow{AG}$.

β) Να εξετάσετε αν τα σημεία Δ, E και Z είναι συνευθειακά.

