<u>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1ο</u>

1.3 ΠΑΡΑΓΩΓΟΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ

ΚΛΕΙΣΤΟΥ ΤΥΠΟΥ

1. **Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σωστό (Σ) ή Λάθος (Λ)**

Α. Αν $f(x)=\sqrt{x}$, τότε ισχύει $f'(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x}}$.

Β. Αν μια συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο x_o και $f(x_o)\neq 0$, τότε ισχύει:

$$\left(\frac{1}{f(x)}\right)'=$$

i. $\dfrac{1}{f'(x_o)}$ **ii.** $\dfrac{f'(x_o)}{f(x_o)}$

iii. $-\dfrac{f'(x_o)}{f(x_o)}$ **iv.** $-\dfrac{f'(x_o)}{f^2(x_o)}$

Γ. Η εφαπτομένη (ε) της γραφικής παράστασης C_f της f στο σημείο της $A(x_o,f(x_o))$ έχει συντελεστή:

$$\lambda=f'(x_o)$$

Δ. Κάθε συνεχής συνάρτηση f, δέχεται εφαπτομένη σε οποιοδήποτε σημείο του πεδίου ορισμού της.

Ε. Αν οι συναρτήσεις $f(x)$ και $g(x)$ είναι παραγωγίσιμες στο x_o και $f'(x_0)=g'(x_0)$ τότε οι εφαπτόμενες των γραφικών παραστάσεων των f και g στα σημεία $A(x_o,f(x_o))$ και $B(x_o,g(x_o))$ είναι μεταξύ τους παράλληλες.

2. Πολλαπλής επιλογής

α. Αν $f(x)=x^5$, τότε:

i. $f'(5)=5^5$ **ii.** $f'(5)=5^4$ **iii.** $f'(5)=5$

iv. $f'(1)=1$

β. Αν $f(x)=\sqrt{x}$, τότε:

i. $f'(0)=0$ **ii.** $f'(0)=1$ **iii.** $f'(0)=\frac{1}{2}$

iv. Δεν ορίζεται το $f'(0)$

γ. Δίνεται η συνάρτηση:

$$f(x)=\frac{x}{e^x-1}$$

Α. Να βρείτε επιλέγοντας την σωστή απάντηση:

α. Το πεδίο ορισμού της

i. $A=\mathbb{R}$ **ii.** $A=\mathbb{R}^*$ **iii.** $A=(0,+\infty)$

iv. $A=(-\infty,1)\cup(1,+\infty)$

β. Την $f'(x)$

i. $f'(x)=\frac{1}{e^x}$ **ii.** $f'(x)=\frac{e^x-1-x\cdot e^x}{\left(e^x-1\right)^2}$

iii. $f'(x)=\frac{e^x-1}{\left(e^x-1\right)^2}$ **iv.** $f'(x)=\frac{e^x-1+x\cdot e^x}{\left(e^x-1\right)^2}$

Β. Η γραφική παράσταση C_f της f, δέχεται εφαπτομένη παράλληλη στον $x'x$, στο σημείο της με τετμημένη:

i. $x=1$ **ii.** $x=0$ **iii.** $x=e$

iv. Σε κανένα από τα προτεινόμενα σημεία.

δ. Αν είναι $f(x)=e^{\eta\mu x}$, $x\in\mathbb{R}$ τότε:

i. $f'(x)=e^{\eta\mu x}$ **ii.** $f'(x)=-\sigma\upsilon\nu x\cdot e^{\eta\mu x}$

iii. $f'(x)=\sigma\upsilon\nu x\cdot f(x)$ **iv.** $f'(x)=(\sigma\upsilon\nu x+1)\cdot e^x$

ε. Αν είναι $f(x)=\ell n\sqrt{x}$ με $x>0$, τότε ισχύει:

$$f'(x)=$$

i. $\frac{1}{\sqrt{x}}$ **ii.** $\frac{1}{2x}$ **iii.** $\frac{1}{2\sqrt{x}}$ **iv.** $2\sqrt{x}$

3. Αντιστοίχισης

Αντιστοιχίστε κάθε τύπο συνάρτησης που είναι στη στήλη Α με τον τύπο της συνάρτησης της πρώτης παραγώγου που είναι στη στήλη Β.

Στήλη Α $f(x)$	Στήλη Β $f'(x)$
1. x^2+3x+1	**Α.** $e^x\left(\ell nx+\frac{1}{x}\right)$
2. $\frac{x^2+1}{x}$	**Β.** $e^x(\eta\mu x+\sigma\upsilon\nu x)$
3. $e^x\cdot\eta\mu x$	**Γ.** $e^x\cdot\frac{x-1}{x^2}$
4. $e^x\cdot\ell nx$	**Δ.** $e^x(\ell nx+1)$
5. $\frac{e^x}{x}$	**Ε.** $\frac{e^x}{x^2}$
	ΣΤ. $1-\frac{1}{x^2}$
	Ζ. $2x+3$

4. Συμπλήρωσης

Να συμπληρώσετε τις ισότητες ώστε να προκύπτουν οι κανόνες παραγώγισης:

α. $(c\cdot f(x))'=$.......... **β.** $(f(x)+g(x))'=$.............

γ. $(f(x)\cdot g(x))'=$.......... **δ.** $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)'=$...........

ε. $\left(\frac{1}{g(x)}\right)'=$......... **στ.** $(f(g(x)))'=$.........

ΑΝΟΙΧΤΗΣ ΑΠΑΝΤΗΣΗΣ

1. Να βρείτε τις παραγώγους των παρακάτω συναρτήσεων:

α. $f(x)=5x^3+3x^2+6x+9,\quad x\in\mathbb{R}$

β. $f(x)=\dfrac{x^3+10x+7}{x},\quad x\neq 0$

γ. $f(x)=\sqrt[3]{x}+5\ell nx,\quad x>0$

δ. $f(x)=10e^x+35\sqrt{x}+\ell n10,\quad x\geq 0$

2. Να βρείτε την παράγωγο των παρακάτω συναρτήσεων:

α. $f(x)=(2x+1)(3x-2)$

β. $f(x)=500(15-x^2)(3x-2)$

γ. $f(x)=x^5\cdot e^x$

δ. $f(x)=(x^2+1)\ell nx,\quad x>0$

3. Να βρείτε τις παραγώγους των συναρτήσεων:

α. $f(x)=\dfrac{x^2}{e^x}$

β. $f(x)=\dfrac{\ell nx}{x},\quad x>0$

γ. $f(x)=\dfrac{x+1}{x-2},\quad x\neq 2$

δ. $g(x)=\dfrac{t^2+1}{1-t^2},\quad t\neq 1,-1$

4. Κινητό Α κινείται στον ημιάξονα Ox με θετική φορά και θέση που δίνεται από τον τύπο:

$$x(t)=5t\quad (x \text{ σε cm},\ t \text{ σε sec})$$

Κινητό Β κινείται στον ημιάξονα Oy με θετική φορά και θέση που δίνεται από τον τύπο:

$$y(t)=3t^2\quad (y \text{ σε cm},\ t \text{ σε sec})$$

Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής του εμβαδού του ορθογωνίου που έχει πλευρές τις ΟΑ και ΟΒ τη χρονική στιγμή $t=2\text{sec}$.