## Β΄ ΟΜΑΔΑΣ

**1.** Έστω $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ δύο μη συγγραμμικά διανύσματα.

(i) Αν $x\vec{\alpha}+y\vec{\beta}=\vec{0}$, να δείξετε ότι $x=y=0$.

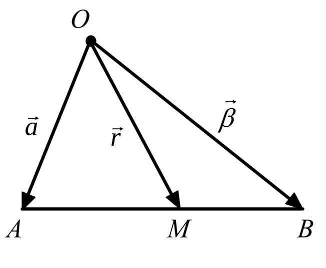
(ii) Αν $x_1\vec{\alpha}+y_1\vec{\beta}=x_2\vec{\alpha}+y_2\vec{\beta}$, να δείξετε ότι $x_1=x_2$ και $y_1=y_2$.

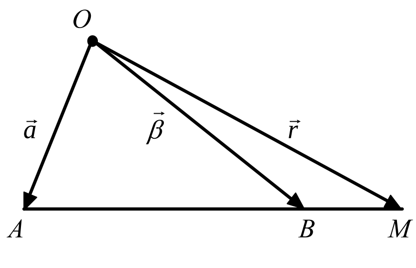
(iii) Να βρείτε για ποιες τιμές του $x\in\mathbf{R}$ τα διανύσματα $\vec{u}=(x-1)\vec{\alpha}+\vec{\beta}$ και $\vec{v}=(2+3x)\vec{\alpha}-2\vec{\beta}$ είναι συγγραμμικά.

**2.** Θεωρούμε ένα παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ και τα σημεία $E$ και $Z$, ώστε $\overrightarrow{AE}=\kappa\overrightarrow{A\Delta}$ και $\overrightarrow{AZ}=\lambda\overrightarrow{AB}$ με $\kappa\lambda\neq 0$. Αν $\frac{1}{\kappa}+\frac{1}{\lambda}=1$, να αποδείξετε ότι τα σημεία $E$, $\Gamma$ και $Z$ είναι συνευθειακά.

**3.** Να αποδείξετε ότι αν ισχύουν δύο από τις σχέσεις $x\overrightarrow{KA}+y\overrightarrow{KB}+z\overrightarrow{K\Gamma}=\vec{0}$, $x\overrightarrow{\Lambda A}+y\overrightarrow{\Lambda B}+z\overrightarrow{\Lambda\Gamma}=\vec{0}$, $x+y+z=0$, τότε θα ισχύει και η τρίτη (το σημείο $K$ είναι διαφορετικό από το $\Lambda$).

**4.** Αν $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ και $\vec{r}$ είναι οι διανυσματικές ακτίνες των σημείων $A$, $B$ και $M$ αντιστοίχως και $\frac{MA}{MB}=\frac{\kappa}{\lambda}$, να αποδείξετε ότι αν το $M$ είναι εσωτερικό του $AB$, τότε $\vec{r}=\frac{\lambda\vec{\alpha}+\kappa\vec{\beta}}{\lambda+\kappa}$, ενώ αν το $M$ είναι εξωτερικό του $AB$, τότε $\vec{r}=\frac{\lambda\vec{\alpha}-\kappa\vec{\beta}}{\lambda-\kappa}$.




**5.** Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και ένα σημείο $\Sigma$. Βρίσκουμε τα συμμετρικά $\Delta$, $E$ και $Z$ του $\Sigma$ ως προς τα μέσα $K$, $\Lambda$ και $M$ των πλευρών $B\Gamma$, $A\Gamma$ και $AB$ αντιστοίχως. Αν $G$ και $G'$ τα βαρύκεντρα των τριγώνων $AB\Gamma$ και $\Delta EZ$, να αποδείξετε ότι τα σημεία $\Sigma$, $G$ και $G'$ είναι συνευθειακά.

**6.** Δίνεται τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ και έστω $M$ και $N$ τα μέσα των διαγωνίων του $A\Gamma$ και $B\Delta$ αντιστοίχως. Να αποδείξετε ότι αν $4\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{A\Delta}-\overrightarrow{B\Gamma}$, τότε το τετράπλευρο αυτό είναι παραλληλόγραμμο.

**7.** Αν $G$ και $G'$ είναι τα βαρύκεντρα δύο τριγώνων $ΑΒΓ$ και $Α'Β'Γ'$, να αποδείξετε ότι $\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{BB'}+\overrightarrow{ΓΓ'}=3\overrightarrow{GG'}$.

**8.** Δίνονται τα σημεία $A, B$ και $Γ$. Να αποδείξετε ότι για οποιοδήποτε σημείο $M$ το διάνυσμα $3\overrightarrow{MA}-5\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MΓ}$ είναι σταθερό.

**9.** Τα σημεία $A, B, Γ$ και $Δ$ ενός επιπέδου έχουν διανύσματα θέσεως $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$, $5\vec{\alpha}$ και $3\vec{\beta}$ αντιστοίχως, όπου τα διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ είναι μη συγγραμμικά. Να βρείτε το διάνυσμα θέσεως $\vec{r}$ του σημείου τομής των ευθειών $AB$ και $ΓΔ$.