

### Α΄ ΟΜΑΔΑΣ

1. Να βρείτε ποιες από τις παρακάτω συναρτήσεις είναι γνησίως αύξουσες και ποιες γνησίως φθίνουσες

i)  $f(x) = \sqrt{1-x}$

ii)  $f(x) = 2\ln(x-2) - 1$

iii)  $f(x) = 3e^{-x} + 1$

iv)  $f(x) = (x-1)^2 - 1, \quad x \leq 1.$

2. Να βρείτε ποιες από τις παρακάτω συναρτήσεις είναι "1-1" και για καθεμία απ' αυτές να βρείτε την αντίστροφή της

i)  $f(x) = 3x - 2$

v)  $f(x) = \ln(1-x)$

ii)  $f(x) = x^2 - 1$

vi)  $f(x) = e^{-x} + 1$

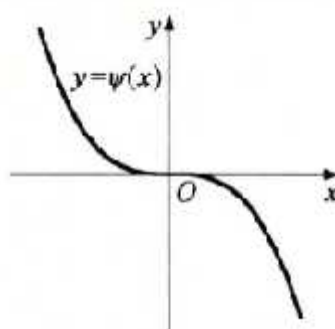
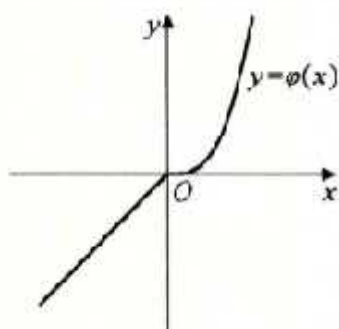
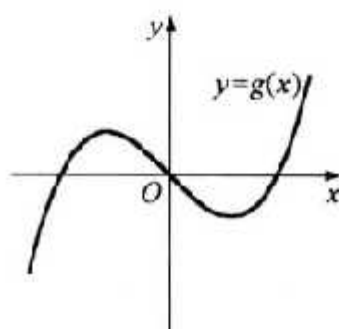
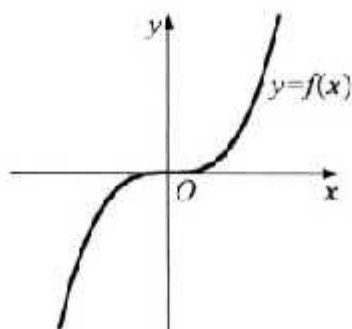
iii)  $f(x) = (x-1)(x-2) + 1$

vii)  $f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$

iv)  $f(x) = \sqrt[3]{1-x}$

viii)  $f(x) = |x-1|.$

3. Δίνονται οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων  $f, g, \varphi$  και  $\psi$ .



Να βρείτε ποιες από τις συναρτήσεις  $f, g, \varphi, \psi$  έχουν αντίστροφη και για καθεμία απ' αυτές να χαράξετε τη γραφική παράσταση της αντίστροφής της.

4. Να δείξετε ότι:

- i) Αν μια συνάρτηση  $f$  είναι γνησίως αύξουσα σε ένα διάστημα  $\Delta$ , τότε η συνάρτηση  $-f$  είναι γνησίως φθίνουσα στο  $\Delta$ .
- ii) Αν δύο συναρτήσεις  $f, g$  είναι γνησίως αύξουσες σε ένα διάστημα  $\Delta$ , τότε η συνάρτηση  $f + g$  είναι γνησίως αύξουσα στο  $\Delta$ .
- iii) Αν δύο συναρτήσεις  $f, g$  είναι γνησίως αύξουσες σε ένα διάστημα  $\Delta$  και ισχύει  $f(x) \geq 0$  και  $g(x) \geq 0$  για κάθε  $x \in \Delta$ , τότε η συνάρτηση  $fg$  είναι γνησίως αύξουσα στο  $\Delta$ .

Ανάλογα συμπεράσματα διατυπώνονται, αν οι  $f, g$  είναι γνησίως φθίνουσες σε ένα διάστημα  $\Delta$ .