
ΑΣΚΗΣΕΙΣ

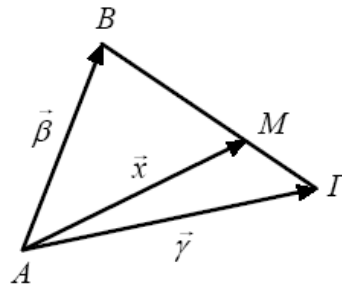
Α΄ ΟΜΑΔΑΣ

1. Αν \vec{a} είναι ένα διάνυσμα, τι μπορείτε να πείτε για το μέτρο και την κατεύθυνση του διανύσματος $\vec{a}_0 = \frac{1}{|\vec{a}|} \cdot \vec{a}$;

2. Να βρείτε το διάνυσμα \vec{x} σε καθεμιά από τις περιπτώσεις:

(i) $\frac{1}{2}(\vec{x} + \vec{a}) = \frac{1}{3}(\vec{x} + \vec{\beta})$ (ii) $\vec{x} + 3(\vec{a} + \vec{\beta}) = 4(\vec{a} - \vec{\beta}) - 3\vec{x}$.

3. Αν στο διπλανό σχήμα είναι $(BM) = 2(M\Gamma)$, να αποδείξετε ότι $\vec{x} = \frac{1}{3}(\vec{\beta} + 2\vec{\gamma})$.



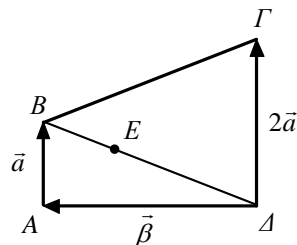
4. Στο διπλανό σχήμα έχουμε:

$$\Delta E = 2EB, \vec{AB} = \vec{a}, \vec{\Delta\Gamma} = 2\vec{a} \text{ και } \vec{\Delta A} = \vec{\beta}.$$

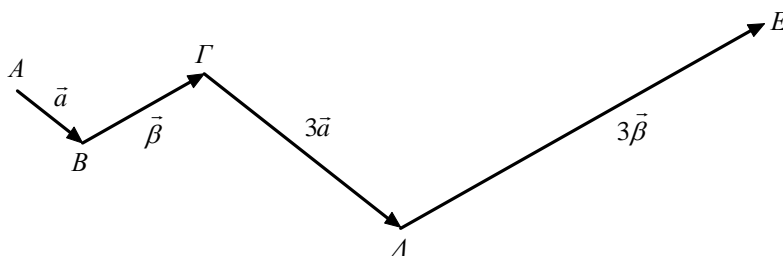
(i) Να εκφράσετε συναρτήσει των \vec{a} και $\vec{\beta}$ τα

διανύσματα $\vec{\Delta B}$, \vec{EB} , $\vec{\Gamma B}$, \vec{AE} και $\vec{E\Gamma}$.

(ii) Από τις εκφράσεις των \vec{AE} και $\vec{E\Gamma}$ ποιο συμπέρασμα προκύπτει για τα σημεία A , E και Γ ;



5. Στο παρακάτω σχήμα να αποδείξετε ότι τα σημεία A , Γ και E είναι συνευθειακά.



6. Αν $\vec{AK} + 3\vec{BK} - 2\vec{BA} = \vec{BA} + 3\vec{AM}$, να αποδείξετε ότι τα σημεία K , A και M είναι συνευθειακά.

7. Αν $A\Delta$, BE και ΓZ είναι διάμεσοι τριγώνου $AB\Gamma$, να αποδείξετε ότι $\vec{A\Delta} + \vec{BE} + \vec{\Gamma Z} = \vec{0}$.

8. Αν K , Λ , M είναι τα μέσα των πλευρών $B\Gamma$, ΓA , AB , αντιστοίχως, τριγώνου $AB\Gamma$, να αποδείξετε ότι για οποιοδήποτε σημείο O ισχύει: $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OG} = \vec{OK} + \vec{O\Lambda} + \vec{OM}$.

9. Αν M και N είναι τα μέσα των διαγωνίων $A\Gamma$ και $B\Delta$, αντιστοίχως, ενός τετραπλεύρου $AB\Gamma\Delta$, να αποδείξετε ότι $\vec{AB} + \vec{A\Delta} + \vec{\Gamma B} + \vec{\Gamma\Delta} = 4\vec{MN}$.

10. Δίνεται το μη μηδενικό διάνυσμα \vec{AB} και σημείο Γ τέτοιο ώστε να ισχύει $\vec{A\Gamma} = \lambda \vec{AB}$ και $\vec{B\Gamma} = \mu \vec{AB}$. Να αποδείξετε ότι $\lambda - \mu = 1$.

11. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$. Αν $\vec{A\Delta} = \kappa \vec{AB} + \lambda \vec{A\Gamma}$ και $\vec{AE} = \lambda \vec{AB} + \kappa \vec{A\Gamma}$, να αποδείξετε ότι $\vec{AE} \parallel \vec{B\Gamma}$.