

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1ο

1.2 Η ΕΝΝΟΙΑ ΤΗΣ ΠΑΡΑΓΩΓΟΥ

Κατανόησης - σχετικά εύκολες

1. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σωστό (Σ) ή Λάθος (Λ)

α. Η παράγωγος $f'(x_0)$ μιας συνάρτησης f σ' ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της, είναι ίση με το:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

β. Η συνάρτηση $f(x) = |x|$ είναι συνεχής και παραγωγίσιμη στο $x_0 = 0$.

γ. Η παράγωγος μιας παραγωγίσιμης συνάρτησης $y = f(x)$ σε σημείο x_0 , εκφράζει το ρυθμό μεταβολής της y ως προς x , όταν $x = x_0$.

γ. Η παράγωγος μιας παραγωγίσιμης συνάρτησης $y = f(x)$ σε σημείο x_0 , είναι ίσος με το συντελεστή της εφαπτομένης στο σημείο $(x_0, f(x_0))$.

ε. Αν $f(x) = \sqrt{x}$, τότε ισχύει $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$.

2. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση από τις προτεινόμενες σε κάθε περίπτωση

α. Μια συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη σε ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της, αν και μόνο αν:

i. Υπάρχει το:

$$\lim_{x_0 \rightarrow h} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

και είναι πραγματικός αριθμός.

ii. Υπάρχει το:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

iii. Υπάρχει το:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

iv. Υπάρχει το:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

και είναι πραγματικός αριθμός

β. Αν $S(t)$ είναι η θέση ενός κινητού που κινείται σε ευθεία, τότε το:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{S(t_0 + h) - S(t_0)}{h}$$

εκφράζει:

- i. Τη στιγμιαία ταχύτητα του κινητού τη χρονική στιγμή $t = t_0$.
- ii. Τη μέση ταχύτητα στο διάστημα $[t_0, t_0 + h]$.
- iii. Τη μέση επιτάχυνση στο διάστημα $[t_0, t_0 + h]$.
- iv. Τη στιγμιαία επιτάχυνση τη χρονική στιγμή $t = t_0$.

Εφαρμογής - μέτριας δυσκολίας

3. Δίνεται η συνάρτηση:

$$f(x) = \sqrt{x}, \quad x \geq 0$$

A) Να βρείτε με τη χρήση του ορισμού, τις παραγώγους:

α. $f'(4)$ β. $f'(x_0)$ με $x_0 > 0$

B) Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης στο $x_0 = 4$

4. Δίνεται η συνάρτηση:

$$f(x) = x^2 + 2, \quad x \in \mathbb{R}$$

A) Να βρείτε με τη χρήση του ορισμού, τις παραγώγους:

α. $f'(4)$ β. $f'(x_0)$

B) Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης στο $x_0 = 4$