Γ΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1ο

1.2. Μονώνυμα και πράξεις

Κατανόησης - σχετικά εύκολες

1. Να συμπληρώσετε το πίνακα.

Μονώνυμο	Συντελεστής	Βαθμός ως προς x	Βαθμός ως προς y	Βαθμός ως προς x, y
$7x^2y^3$				
$-2x^3y$				
$\frac{1}{3}x^4$				
$\sqrt{2}$	7			
0				

Λύση

Μονώνυμο	Συντελεστής	Βαθμός ως προς x	Βαθμός ως προς y	Βαθμός ως προς x, y
$7x^2y^3$	7	2	3	5
$-2x^3y$	-2	3	1	4
$\frac{1}{3}x^4$	$\frac{1}{3}$	4	0	4
$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	0	0	0
0	0	Δεν ορίζεται	Δεν ορίζεται	Δεν ορίζεται

2. Να βρείτε ποια από τα παρακάτω είναι μονώνυμα.

α. $2xy^2$	β. $(1-\sqrt{2})\alpha^2\beta$	γ. $\frac{x^2y^3}{3}$
δ. $\frac{2x}{\omega}$	ε. $2\cdot(\alpha+\beta^2)$	στ. $2x^2+1$

Λύση

Είναι μονώνυμα τα **α, β** και **γ.**

Δείτε το http://www.arnos.gr/video-popup/3789/12a-erotisi-katanoisis-1

3. Να βρεθεί ο συντελεστής και το κύριο μέρος των παρακάτω μονώνυμων:

α. $3x^2yz$ **β.** $-4xyz^2$ **γ.** $\frac{2x^2yz^2}{3xy}$ **δ.** $4x^2y$ **ε.** $4x^2y+3x^2y-x^2y$

Λύση

α. Συντελεστής το 3 και κύριο μέρος το x^2yz

β. Συντελεστής το -4 και κύριο μέρος το xyz^2

γ. Έτσι όπως παρουσιάζεται δεν φαίνεται να είναι μονώνυμο αλλά αν απλοποιηθεί γίνεται $\frac{2x^2yz^2}{3xy}=\frac{2}{3}xz^2$

Συντελεστής το $\frac{2}{3}$ και κύριο μέρος το xz^2

δ. Συντελεστής το 4 και κύριο μέρος το x^2y

ε. Έτσι όπως παρουσιάζεται δεν φαίνεται να είναι μονώνυμο αλλά αν γίνει αναγωγή ομοίων μονωνύμων έχουμε: $4x^2y+3x^2y-x^2y=6x^2y$

Συντελεστής το 6 και κύριο μέρος το x^2y

Εφαρμογής - μέτριας δυσκολίας

4. Δίνονται τα μονώνυμα $(a-2)x^2y^3$ **και** $3x^{\mu}y^{\kappa}$ **.**

Να βρείτε τα α, μ, κ ώστε τα μονώνυμα να είναι:

i) ίσα ii) αντίθετα

Λύση

Τα **όμοια** μονώνυμα που έχουν τον ίδιο συντελεστή λέγονται **ίσα** ενώ, αν έχουν αντίθετους συντελεστές, λέγονται **αντίθετα**.

Άρα τα μονώνυμα πρέπει να είναι όμοια (και στις δύο περιπτώσεις). Οπότε πρέπει να έχουν το ίδιο κύριο μέρος. Δηλαδή $x^2y^3 = x^{\mu}y^{\kappa}$ Άρα μ = 2 και κ = 3.

i) Πρέπει να έχουν τον ίδιο συντελεστή

Οπότε $a-2=3 \Leftrightarrow a=5$

ii) Πρέπει να έχουν αντίθετους συντελεστές.

Οπότε $a-2=-3 \Leftrightarrow a=-1$

5. Να γίνουν οι παρακάτω πράξεις:

i) $2x+3x+4x-5x$ ii) $3xy-4xy-2xz+3xz$

iii) $3x^2y-4x^2y+4yx^2$ iv) $2x-3x-4y-2y-15$

Λύση

Κάνουμε αναγωγή (άθροισμα) ομοίων μονωνύμων

i) $2x+3x+4x-5x=4x$

ii) $3xy-4xy-2xz+3xz=-xy+xz$

iii) $3x^2y-4x^2y+4yx^2=3x^2y$

iv) $2x-3x-4y-2y-15=-x-6y-15$

6. Να γίνουν οι παρακάτω πράξεις:

i) $-2(-xy)(-x^2y)(-yz^2)$ ii) $3\dfrac{x^2y^3}{2}\dfrac{x^3y^2}{3}x^4y^3$

iii) $3xy\left(\dfrac{x^2y^2}{3}\right)\left(\dfrac{x^4y^3}{3}\right)$ iv) $-xyz^2(-xyz)(-x^2y^2z^3)$

v) $\dfrac{3x^2y^2z^3}{2}\left(-2x^2z^3y^3\right)$ vi) $-4x^3\left(-2x^2\dfrac{2y^2}{3}\right)\left(-\dfrac{2yz}{3}\right)$

Λύση

Πολλαπλασιάζουμε τους συντελεστές και τα κύρια μέρη εφαρμόζοντας κανόνες από τη θεωρία των δυνάμεων

i) $-2(-xy)(-x^2y)(-yz^2)=2xx^2yyz^2=2x^3y^2z^2$

ii) $3\frac{x^2y^3}{2}\frac{x^3y^2}{3}x^4y^3=\frac{1}{2}x^2x^3x^4y^3y^2y^3=\frac{1}{2}x^9y^8$

iii) $3xy\left(\frac{x^2y^2}{3}\right)\left(\frac{x^4y^3}{3}\right)=\frac{1}{3}x^2y^2x^4y^3=\frac{1}{3}x^6y^5$

iv) $-xyz^2(-xyz)(-x^2y^2z^3)=-xyz^2xyzx^2y^2z^3=-x^4y^4z^6$

v) $\frac{3x^2y^2z^3}{2}\left(-2x^2z^3y^3\right)=-3x^2y^2z^3x^2z^3y^3=-3x^4y^5z^6$

vi) $-4x^3\left(-2x^2\frac{2y^2}{3}\right)\left(-\frac{2yz}{3}\right)=-\frac{32}{9}x^3x^2y^2yz=-\frac{32}{9}x^5y^3z$

Ανάλυσης και εφαρμογής - αυξημένης δυσκολίας

7. Δίνονται τα μονώνυμα $\left(3\alpha-\frac{1}{2}\right)x^{\kappa-1}y^{\lambda+2}$ **και** $\left(\frac{3}{2}+\alpha\right)x^{1-\kappa}y^{2\lambda-4}$

Να βρείτε τα α, κ, λ ώστε μονώνυμα να είναι:

i) όμοια ii) ίσα iii) αντίθετα

Λύση

i) Πρέπει να έχουν το ίδιο κύριο μέρος.

Δηλαδή $x^{\kappa-1}y^{\lambda+2}=x^{1-\kappa}y^{2\lambda-4}$ οπότε κ − 1 = 1 − κ και λ+2 = 2λ − 4 απ' όπου έχουμε κ = 1 και λ = 6.

ii) Για κ = 1 και λ = 6 έχουμε τα μονώνυμα $\left(3\alpha-\frac{1}{2}\right)y^8$ και $\left(\frac{3}{2}+\alpha\right)y^8$

Αυτά πρέπει να έχουν τον ίδιο συντελεστή

Οπότε $3\alpha-\frac{1}{2}=\frac{3}{2}+\alpha \Leftrightarrow 2\alpha=2 \Leftrightarrow a=1$

iii) Για κ = 1 και λ = 6 έχουμε τα μονώνυμα $\left(3\alpha-\frac{1}{2}\right)y^8$ και $\left(\frac{3}{2}+\alpha\right)y^8$

Αυτά πρέπει να έχουν αντίθετους συντελεστές Οπότε

$$3\alpha-\frac{1}{2}=-\left(\frac{3}{2}+\alpha\right)\Leftrightarrow 3\alpha-\frac{1}{2}=-\frac{3}{2}-\alpha\Leftrightarrow 4\alpha=-1\Leftrightarrow a=-\frac{1}{4}$$

8. Δίνεται η παράσταση $2x^{\lambda-1}y^2-3x^2y^{1-\kappa}$

Να βρείτε τις τιμές των κ,λ ώστε η παραπάνω παράσταση να είναι μονώνυμο.

Λύση

Έτσι όπως παρουσιάζεται δεν φαίνεται να είναι μονώνυμο. Για να είναι μονώνυμο θα πρέπει να γίνεται αναγωγή ομοίων μονωνύμων. Δηλαδή τα μονώνυμα που αποτελούν τους όρους της παράστασης θα πρέπει να έχουν το ίδιο κύριο μέρος Οπότε $\lambda-1=2$ και $1-\kappa=2$ άρα λ =3 και κ = −1