

## Β' ΟΜΑΔΑΣ

1. Αν  $f(x) = \frac{1}{1 + e^x}$ , να δείξετε ότι  $f(x) + f(-x) = 1$ .
2. Έχουμε περιφράξει με συρματόπλεγμα μήκους 100 m, μια ορθογώνια περιοχή από τις τρεις πλευρές της. Η τέταρτη πλευρά είναι τοίχος. Αν το μήκος του τοίχου που θα χρησιμοποιηθεί είναι  $x$ , να εκφράσετε το εμβαδόν της περιοχής ως συνάρτηση του  $x$ .
3. Ένα κυλινδρικό φλυτζάνι, ανοικτό από πάνω, κατασκευάζεται έτσι ώστε το ύψος του και το μήκος της βάσης του να έχουν άθροισμα 20 cm. Αν το φλυτζάνι έχει ύψος  $h$  cm, να εκφράσετε τον όγκο του ως συνάρτηση του  $h$ . Αν η ακτίνα της βάσης του είναι  $r$ , να εκφράσετε το εμβαδόν της επιφάνειάς του ως συνάρτηση του  $r$ .
4. Σε ένα τρίγωνο  $ABΓ$  είναι  $AB = AΓ = 10$ . Αν  $\hat{A}BΓ = \theta$ , να εκφράσετε το ύψος  $v$  του τριγώνου από την κορυφή  $B$ , καθώς και το εμβαδόν του ως συνάρτηση του  $\theta$ .
5. Να δείξετε ότι  
i)  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{5}}{x - 5} = \frac{1}{2\sqrt{5}}$     ii)  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+h} - 1}{h} = \frac{1}{2}$ .