

**Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ**  
**ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ**

**ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1ο**

**1.1 ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ**

**ΟΡΙΟ ΚΑΙ ΣΥΝΕΧΕΙΑ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ**

**Κατανόησης - σχετικά εύκολες**

**1. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σωστό (Σ) ή Λάθος (Λ)**

**α.**  $\lim_{x \rightarrow 3} (x^3 - 2x + 5) = 26$

**β.**  $\lim_{x \rightarrow 0} (3\epsilon\phi x - 2\sigma\upsilon\nu x - \eta\mu x) = 0$

**γ.**  $\lim_{x \rightarrow e} (5 \cdot \ln x - \ln x^2) = 3$

**δ.**  $\lim_{x \rightarrow 0} (12 \cdot e^{3x} - 6 \cdot \sigma\upsilon\nu x) = 12$

**ε.**  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} (\epsilon\phi x - \sigma\phi x) = 0$

**στ.**  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = 0$

**2. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση από τις προτεινόμενες σε κάθε περίπτωση**

**α.**  $\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 - 3x + 4) =$

**i.** 1                      **ii.** 2                      **iii.** 3                      **iv.** 4

**β.**  $\lim_{x \rightarrow 4} \left( \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} \right) =$

**i.** 1                      **ii.**  $\frac{1}{2}$                       **iii.**  $\frac{3}{2}$                       **iv.**  $\frac{5}{2}$

γ.  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} (3\eta\mu x + 5\sigma\upsilon\nu x) =$

i. 8                      ii.  $4 \cdot \sqrt{2}$                       iii.  $2 \cdot \sqrt{2}$                       iv.  $\sqrt{2}$

δ.  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{x - 4} =$

i. 8                      ii. 0                      iii. 4                      iv. 16

3. Να βρείτε τα παρακάτω όρια:

α.  $\lim_{x \rightarrow -1} (3x^3 - 4x + 8)$                       β.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^3 - 8}{x - 2}$

γ.  $\lim_{x \rightarrow 3} \sqrt{x + 6}$

4. Αν  $\lim_{x \rightarrow \alpha} f(x) = -3$  και  $\lim_{x \rightarrow \alpha} g(x) = 4$ . Να βρείτε τα όρια:

α.  $\lim_{x \rightarrow \alpha} (3 \cdot f(x) - 4 \cdot g(x))$                       β.  $\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{2 \cdot f(x) + g(x)}{\sqrt{g(x)}}$

### Εφαρμογής - μέτριας δυσκολίας

5. Να υπολογίσετε τα παρακάτω όρια:

α.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{x^2 - 4}$                       β.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 4x - 5}{x - 1}$

γ.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 + x - 30}{x - 3}$

6. Να βρείτε τα παρακάτω όρια:

α.  $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}} \frac{2x^2 - x - 1}{10x + 5}$                       β.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x^4 - 16}$

γ.  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^3 + 27}{5x + 15}$

7. Να βρείτε τα παρακάτω όρια:

α.  $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{x} - 3}{x - 9}$                       β.  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{2x - 1} - 3}{x - 5}$

γ.  $\lim_{x \rightarrow -6} \frac{x + 4 + \sqrt{10 + x}}{x^2 - 36}$

8. Να βρείτε τα όρια:

α.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{2 - \sqrt{3+x}}$

β.  $\lim_{x \rightarrow 24} \frac{\sqrt{x+1} - 5}{\sqrt{x-8} - x + 20}$

9. Δίνεται η συνάρτηση:

$$f(x) = \begin{cases} 1-x^2, & x < 2 \\ 2x+1, & x \geq 2 \end{cases}$$

Να υπολογίσετε τα πλευρικά όρια:

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) \quad \text{και} \quad \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$$

Να εξετάσετε αν υπάρχει το όριο  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ .

10. Δίνεται η συνάρτηση:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & x \leq 3 \\ 4x - 2, & x > 3 \end{cases}$$

Να βρείτε τα πλευρικά όρια:

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) \quad \text{και} \quad \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$$

Να εξετάσετε αν υπάρχει το όριο  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ .

### Ανάλυσης και εφαρμογής - αυξημένης δυσκολίας

11. Δίνεται η συνάρτηση:

$$f(x) = x + \frac{|x-5|}{x-5}, \quad x \in \mathbb{R} \quad \text{και} \quad x \neq 5$$

Να εξετάσετε αν υπάρχει το όριο  $\lim_{x \rightarrow 5} f(x)$

12. Δίνεται η συνάρτηση  $f$  με τύπο:

$$f(x) = \frac{2x+3}{x^2-9}$$

Να βρείτε:

α. Το πεδίο ορισμού της  $f$

β. Το όριο  $\lim_{x \rightarrow -3} [(x+3) \cdot f(x)]$

γ. Την τιμή που πρέπει να πάρει ο πραγματικός αριθμός  $\lambda$ , ώστε:

13. Δίνεται η συνάρτηση:

$$f(x) = \begin{cases} 2\eta\mu x + 35, & x \leq \frac{\pi}{6} \\ \lambda^2 + x - \frac{\pi}{6}, & x > \frac{\pi}{6} \end{cases}$$

Να βρείτε τις τιμές του  $\lambda$  ( $\lambda \in \mathbb{R}$ ) για τις οποίες υπάρχει το όριο  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} f(x)$ .

14. Να εξετάσετε ως προς τη συνέχεια στο σημείο  $x_0$  τις παρακάτω συναρτήσεις:

$$\alpha. \quad f(x) = \begin{cases} e^x + 2, & x \leq 0 \\ \ln(x+1) + 2x, & x > 0 \end{cases} \quad x_0 = 0$$

$$\beta. \quad g(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x + 2}, & x \neq -2 \\ -4, & x = -2 \end{cases} \quad x_0 = -2$$

15. Να εξηγήσετε γιατί η συνάρτηση:

$$f(x) = \eta\mu(x^2 + 9), \quad x \in \mathbb{R}$$

είναι συνεχής.

16. Για ποια τιμή του σταθερού πραγματικού αριθμού  $\alpha$  η συνάρτηση:

$$f(x) = \begin{cases} \alpha x + 5, & x < 1 \\ x^2 - 3x + 4, & x \geq 1 \end{cases}$$

είναι συνεχής στο  $\mathbb{R}$ .

17. Δίνεται η συνάρτηση:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 4x^2 + 3x}{x^2 - x}, & x < 0 \\ -3 + \beta, & x = 0 \\ e^x - \alpha, & x > 0 \end{cases}$$

όπου  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ , σταθεροί αριθμοί.

I. Να βρείτε:

$$\alpha. \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) \qquad \beta. \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$$

γ. Την τιμή του  $\alpha$  ώστε να υπάρχει το όριο  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

II. Αν  $\alpha = 4$ , να υπολογίσετε τον αριθμό  $\beta$  ώστε η  $f$  να είναι συνεχής στο  $x = 0$ .

(Πανελλήνιες 2007, Ημερήσια Τ.Ε.Ε.)