

**ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1ο**

**1.1 ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ**

**ΟΡΙΣΜΟΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ – ΠΕΔΙΟ ΟΡΙΣΜΟΥ – ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ**

**Κατανόησης - σχετικά εύκολες**

**1. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σωστό (Σ) ή Λάθος (Λ)**

**α.** Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$$

είναι το  $A = [0, +\infty)$

**β.** Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης:

$$f(x) = \ln(10 - x)$$

είναι το  $A = (-\infty, 10)$

**γ.** Η συνάρτηση  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  με τύπο:

$$f(x) = 5x + 3$$

είναι γνησίως αύξουσα στο  $\mathbb{R}$ .

**2. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση από τις προτεινόμενες σε κάθε περίπτωση**

**α.** Δίνεται η συνάρτηση:

$$f(x) = -x^2 + 4, \quad x \in \mathbb{R}$$

Η  $C_f$  βρίσκεται πάνω από τον άξονα  $x'x$  στα διαστήματα:

**1.**  $(-2, 2)$

**2.**  $[-2, 2]$

**3.**  $(-\infty, -2)$  και  $(2, +\infty)$

**4.**  $(-\infty, -2]$  και  $[2, +\infty)$

**β.** Δίνεται η συνάρτηση:

$$f(x) = -3x + \alpha, \quad x \in \mathbb{R}$$

Αν η  $C_f$  τέμνει τον άξονα  $y'y$  σε σημείο με τεταγμένη 6, τότε θα τέμνει τον άξονα  $x'x$  σε σημείο με τεταγμένη:

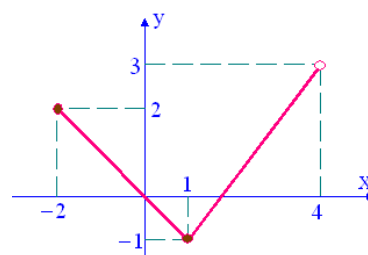
**i.** 1,

**ii.** 2,

**iii.** 3,

**iv.** 4

3. Στο διπλανό σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f$ .



A. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σωστό (Σ) ή Λάθος (Λ)

i. Το πεδίο ορισμού της  $f$  είναι το  $A = [-2, 4)$

ii. Η  $f$  είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα  $[-1, 3)$

iii. Η  $f$  είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα  $[-2, 1]$

B. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση από τις προτεινόμενες σε κάθε περίπτωση

α. Το τοπικό μέγιστο της συνάρτησης είναι:

i. 3,                      ii. 2,                      iii. -2,                      iv. -1

β. Το ελάχιστο της συνάρτησης είναι:

i. 3,                      ii. -1,                      iii. 1,                      iv. -2

4. Δίνεται η συνάρτηση:

$$f(x) = 3x^2 + 5x - 2$$

α. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της.

β. Να υπολογίσετε τις τιμές:

$$f(0), \quad f(-2) \quad \text{και} \quad f(1)$$

**Εφαρμογής - μέτριας δυσκολίας**

5. Να βρείτε τα πεδία ορισμού των παρακάτω συναρτήσεων:

α.  $f(x) = \frac{1}{x-3}$                       β.  $g(x) = \sqrt{x-2}$

γ.  $h(x) = \ln(x+1)$

6. Να βρείτε τα πεδία ορισμού των παρακάτω συναρτήσεων:

α.  $f(x) = \sqrt{x-10} + \frac{1}{x-2}$                       β.  $f(x) = \frac{3x+1}{|x|-x}$

7. Δίνεται η συνάρτηση:

$$f(x) = \begin{cases} -3 & x \leq 0 \\ 3\eta\mu x & 0 < x \leq \pi \\ x^2 + 1 & x > \pi \end{cases}$$

- α. Ποιο είναι το πεδίο ορισμού της συνάρτησης;  
β. Να υπολογίσετε τις παρακάτω τιμές:

$$f(-10), \quad f\left(\frac{\pi}{3}\right), \quad f(\sqrt{30})$$

8. Δίνονται οι συναρτήσεις:

$$f(x) = x^2 + 3x + 1, \quad x \in \mathbb{R} \quad \text{και} \quad g(x) = x + 1, \quad x \in \mathbb{R}$$

Να ορίσετε τις συναρτήσεις:

α.  $S = f + g$

β.  $D = f - g$

γ.  $P = f \cdot g$

δ.  $R = \frac{f}{g}$

9. Δίνονται οι συναρτήσεις:

$$f(x) = \ln x, \quad x > 0 \quad \text{και} \quad g(x) = 2x + 1, \quad x \in \mathbb{R}$$

Να ορίσετε τις συναρτήσεις:

α.  $(f \circ g)(x)$

β.  $(g \circ f)(x)$

10. Να βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της συνάρτησης:

$$f(x) = x^3 - x^2 - 6x, \quad x \in \mathbb{R}$$

με τους άξονες  $x'x$  και  $y'y$ .

### Ανάλυσης και εφαρμογής - αυξημένης δυσκολίας

11. Να παραστήσετε γραφικά τη συνάρτηση:

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq 1 \\ \frac{1}{x}, & x > 1 \end{cases}$$

Να μελετήσετε ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα την παραπάνω συνάρτηση.

12. Να βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της συνάρτησης:

$$f(x) = x^3 - x^2 - 6x, \quad x \in \mathbb{R}$$

με τους άξονες  $x'x$  και  $y'y$ .

13. Δίνεται η συνάρτηση  $f$ , με τύπο:

$$f(x) = \frac{x-5}{x^2-4}$$

- α. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της  $f$ .
- β. Να βρείτε για ποιες τιμές του  $x$  η γραφική παράσταση  $C_f$  της  $f$  βρίσκεται κάτω από τον άξονα  $x'x$ .

14. Σε μια μελέτη για το περιβάλλον διαπιστώθηκε ότι η συγκέντρωση του μονοξειδίου του άνθρακα ( $CO$ ) στον αέρα μιας πόλης δίνεται από τη σχέση:

$$C(x) = 0,5 \cdot x + 1$$

όπου  $x$  ο πληθυσμός της πόλης σε χιλιάδες κατοίκους και  $C(x)$  εκφράζεται σε ppm (μέρη στο εκατομμύριο).

Εκτιμάται ότι σε  $t$  χρόνια από τώρα ο πληθυσμός της πόλης θα είναι:

$$X(t) = 10 + 0,1 \cdot t^2 \text{ χιλιάδες}$$

- α. Να εκφράσετε την συγκέντρωση του  $CO$  συναρτήσει του χρόνου.
- β. Πότε η συγκέντρωση αναμένεται να φτάσει τα 6,8 ppm;

15. Υποθέτουμε ότι το συνολικό κόστος παρασκευής  $\alpha$  μονάδων ενός προϊόντος δίνεται από τη συνάρτηση:

$$C(\alpha) = \alpha^3 - 30\alpha^2 + 500\alpha + 200 \quad (C(\alpha) \text{ σε Euro})$$

- α. Να υπολογίσετε το κόστος παραγωγής 10 μονάδων προϊόντος.
- β. Να υπολογίσετε το κόστος παραγωγής της 10<sup>ης</sup> μονάδας του προϊόντος.