

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1ο

1.1 ΓΡΑΜΜΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

Κατανόησης - σχετικά εύκολες

1. Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και ποιες όχι;

α →

Η εξίσωση $y = 3$ είναι γραμμική.

β →

Η συνάρτηση $y = 3x - 2$ είναι μια γραμμική εξίσωση.

γ →

Ένα γραμμικό σύστημα έχει λύση μόνο αν $D \neq 0$.

δ →

Κάθε γραμμική εξίσωση $ax + by = \gamma$ έχει πάντα άπειρες λύσεις.

ε →

Το σύστημα $\begin{cases} 2x + 0y = 0 \\ 0x + 0y = 6 \end{cases}$ έχει άπειρες λύσεις.

στ →

Οι ευθείες $3x + y = 4$ και $-6x - 2y + 8 = 0$ ταυτίζονται.

ζ →

Αν $D = D_x = D_y$, τότε το σύστημα είναι πάντα αόριστο.

η →

Αν $(D^2 - 1)^2 + (D + 1)^2 = 0$, τότε το σύστημα έχει μοναδική λύση.

2. Να λύσετε το παρακάτω σύστημα

$$2x + 3y = 12 \quad (1)$$

$$x + 2y = 4 \quad (2)$$

α) με τη μέθοδο της αντικατάστασης

β) με τη μέθοδο των αντίθετων συντελεστών

γ) με τη μέθοδο των οριζουσών

Εφαρμογής - μέτριας δυσκολίας

3. Να λύσετε τα παρακάτω συστήματα με τη μέθοδο των οριζουσών

1) $3x - 5y = 14$ $12x - 10y = -8$	2) $x - 12y = -2$ $3y + 5x = 53$
3) $3x + 4y = 33$ $5x + 2y = 41$	4) $7x + 8y = -61$ $-3x + 4y = -11$

2. Να λύσετε τα παρακάτω συστήματα με τη μέθοδο των οριζουσών

1) $3x - 5y = 14$ $6x - 10y = -8$	2) $2x - 12y = -2$ $-6y + 1x = 53$
3) $3x + 4y = 33$ $6x + 8y = 66$	4) $2x + y = 4$ $4x + 2y = 8$

Ανάλυσης και εφαρμογής - αυξημένης δυσκολίας

4. Να λύσετε τα παρακάτω συστήματα με τη μέθοδο των οριζουσών

1) $\begin{cases} \lambda x + y = 1 \\ x - 2y = \lambda + 2 \end{cases}$	2) $\begin{cases} \lambda x - y = \lambda^2 \\ x - \lambda y = \lambda^4 \end{cases}$
--	---

5. Να δείξετε ότι το σύστημα

$$\begin{cases} \lambda x + 2y = 1 \\ x + 2y = \lambda \end{cases}$$

έχει λύση για κάθε πραγματικό αριθμό λ .

6. Αν η εξίσωση $2x^2 + \beta x - \gamma = 0$ με $\beta, \gamma \in \mathfrak{R}$ έχει δύο διαφορετικές

πραγματικές ρίζες να δείξετε ότι το σύστημα
$$\begin{cases} 2x + 8\gamma y = 1 \\ -2x + \beta^2 y = 3 \end{cases}$$
 έχει μία λύση