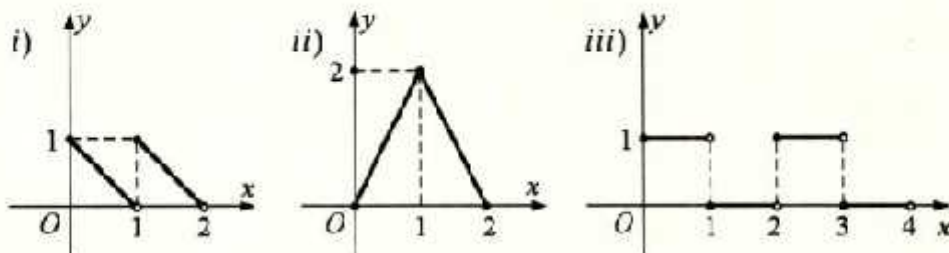


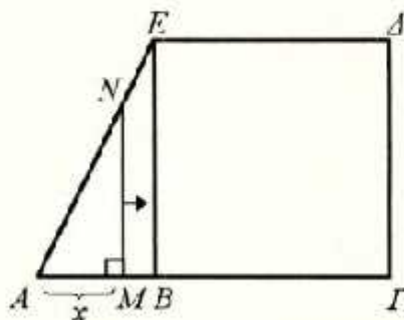
## Β' ΟΜΑΔΑΣ

1. Να προσδιορίσετε τη συνάρτηση  $f$  της οποίας η γραφική παράσταση είναι:

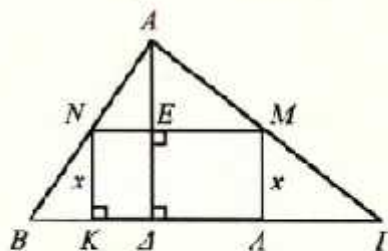


2. Ένα κουτί κυλινδρικού σχήματος έχει ακτίνα βάσης  $x$  cm και όγκο  $628 \text{ cm}^3$ . Το υλικό των βάσεων κοστίζει 4 λεπτά του ευρώ ανά  $\text{cm}^2$ , ενώ το υλικό της κυλινδρικής επιφάνειας 1,25 λεπτά του ευρώ ανά  $\text{cm}^2$ . Να εκφράσετε το συνολικό κόστος ως συνάρτηση του  $x$ . Πόσο κοστίζει ένα κουτί με ακτίνα βάσης 5 cm;

3. Στο διπλανό σχήμα είναι  $AB=1$ ,  $AG=3$  και  $GD=2$ . Να εκφράσετε το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου χωρίου ως συνάρτηση του  $x=AM$ , όταν το  $M$  διαγράφει το ευθύγραμμο τμήμα  $AG$ .



4. Ένα ορθογώνιο  $KAMN$  ύψους  $x$  cm είναι εγγεγραμμένο σε ένα τρίγωνο  $ABG$  βάσης  $BG=10$  cm και ύψους  $AG=5$  cm. Να εκφράσετε το εμβαδό  $E$  και την περίμετρο  $P$  του ορθογωνίου ως συνάρτηση του  $x$ .



5. Να παραστήσετε γραφικά τη συνάρτηση:

i)  $f(x) = \frac{|x+1| + |x-1|}{2}$ ,

ii)  $f(x) = \frac{\eta\mu x + |\eta\mu x|}{2}$ ,  $x \in [0, 2\pi]$ .

Από τη γραφική παράσταση της  $f$  να προσδιορίσετε το σύνολο τιμών της σε καθεμιά περίπτωση.

6. Να βρείτε συνάρτηση  $f$  τέτοια, ώστε να ισχύει:

i)  $(f \circ g)(x) = x^2 + 2x + 2$ , για κάθε  $x \in \mathbf{R}$ , αν  $g(x) = x + 1$

ii)  $(f \circ g)(x) = \sqrt{1+x^2}$  για κάθε  $x \in \mathbf{R}$ , αν  $g(x) = -x^2$ .

iii)  $(g \circ f)(x) = |\sin x|$ , για κάθε  $x \in \mathbf{R}$ , αν  $g(x) = \sqrt{1-x^2}$

7. Δίνονται οι συναρτήσεις  $f(x) = x + 1$  και  $g(x) = ax + 2$ . Για ποια τιμή του  $a \in \mathbf{R}$  ισχύει  $f \circ g = g \circ f$ .

8. Δίνονται οι συναρτήσεις:

$$f(x) = \frac{ax + \beta}{x - a}, \text{ με } \beta \neq -a^2 \text{ και } g(x) = x - 2\sqrt{x} + 1.$$

Να αποδείξετε ότι

α)  $f(f(x)) = x$ , για κάθε  $x \in \mathbf{R} - \{a\}$  και

β)  $g(g(x)) = x$ , για κάθε  $x \in [0, 1]$ .

9. Οι πολεοδόμοι μιας πόλης εκτιμούν ότι, όταν ο πληθυσμός  $P$  της πόλης είναι  $x$  εκατοντάδες χιλιάδες άτομα, θα υπάρχουν στην πόλη  $N = 10\sqrt{2(x^2 + x)}$  χιλιάδες αυτοκίνητα. Έρευνες δείχνουν ότι σε  $t$  έτη από σήμερα ο πληθυσμός της πόλης θα είναι  $\sqrt{t} + 4$  εκατοντάδες χιλιάδες άτομα.

i) Να εκφράσετε τον αριθμό  $N$  των αυτοκινήτων της πόλης ως συνάρτηση του  $t$ .

ii) Πότε θα υπάρχουν στην πόλη 120 χιλιάδες αυτοκίνητα.;