

Α΄ ΟΜΑΔΑΣ

1. Ποιο είναι το πεδίο ορισμού των παρακάτω συναρτήσεων;

i) $f(x) = \frac{x+2}{x^2-3x+2}$,

ii) $f(x) = \sqrt[3]{x-1} + \sqrt{2-x}$

iii) $f(x) = \frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$

iv) $f(x) = \ln(1-e^x)$

2. Για ποιές τιμές του $x \in \mathbb{R}$ η γραφική παράσταση της συνάρτησης f βρίσκεται πάνω από τον άξονα $x'x$, όταν:

i) $f(x) = x^2 - 4x + 3$,

ii) $f(x) = \frac{1+x}{1-x}$,

iii) $f(x) = e^x - 1$.

3. Για ποιές τιμές του $x \in \mathbb{R}$ η γραφική παράσταση της συνάρτησης f βρίσκεται πάνω από τη γραφική παράσταση της συνάρτησης g , όταν:

i) $f(x) = x^3 + 2x + 1$ και $g(x) = x + 1$

ii) $f(x) = x^3 + x - 2$ και $g(x) = x^2 + x - 2$.

4. Οι ανθρωπολόγοι εκτιμούν ότι το ύψος του ανθρώπου δίνεται από τις συναρτήσεις:

$$A(x) = 2,89x + 70,64 \quad (\text{για τους άνδρες}) \quad \text{και}$$

$$B(x) = 2,75x + 71,48 \quad (\text{για τις γυναίκες})$$

όπου x σε εκατοστά, το μήκος του βραχίονα. Σε μία ανασκαφή βρέθηκε ένα οστό από βραχίονα μήκους 0,45 m.

α) Αν προέρχεται από άνδρα ποιο ήταν το ύψος του;

β) Αν προέρχεται από γυναίκα ποιο ήταν το ύψος της;

5. Σύρμα μήκους $\ell = 20$ cm κόβεται σε δύο κομμάτια με μήκη x cm και $(20 - x)$ cm. Με το πρώτο κομμάτι σχηματίζουμε τετράγωνο και με το δεύτερο ισόπλευρο τρίγωνο. Να βρείτε το άθροισμα των εμβαδών των δύο σχημάτων ως συνάρτηση του x .

6. Να παραστήσετε γραφικά τη συνάρτηση:

$$\text{i)} \quad f(x) = \frac{|x|}{x} + 1,$$

$$\text{ii)} \quad f(x) = x|x|,$$

$$\text{iii)} \quad f(x) = \begin{cases} -x+3, & x < 1 \\ x+1, & x \geq 1 \end{cases}$$

$$\text{iv)} \quad f(x) = |\ln x|.$$

Και από τη γραφική παράσταση να προσδιορίσετε το σύνολο των τιμών της f σε καθεμιά περίπτωση.

7. Να εξετάσετε σε ποιες από τις παρακάτω περιπτώσεις είναι $f = g$. Στις περιπτώσεις που είναι $f \neq g$ να προσδιορίσετε το ευρύτερο δυνατό υποσύνολο του $\mathbb{R}$ στο οποίο ισχύει $f(x) = g(x)$.

$$\text{i)} \quad f(x) = \sqrt{x^2} \quad \text{και} \quad g(x) = (\sqrt{x})^2$$

$$\text{ii)} \quad f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + |x|} \quad \text{και} \quad g(x) = 1 - \frac{1}{|x|}$$

$$\text{iii)} \quad f(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} \quad \text{και} \quad g(x) = \sqrt{x} + 1.$$

8. Δίνονται οι συναρτήσεις

$$f(x) = 1 + \frac{1}{x} \quad \text{και} \quad g(x) = \frac{x}{1-x}.$$

Να βρείτε τις συναρτήσεις $f+g$, $f-g$, fg και $\frac{f}{g}$.

9. Ομοίως για τις συναρτήσεις

$$f(x) = \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} \quad \text{και} \quad g(x) = \sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}.$$

10. Να προσδιορίσετε τη συνάρτηση gof , αν

$$\text{i)} \quad f(x) = x^2 \quad \text{και} \quad g(x) = \sqrt{x}, \quad \text{ii)} \quad f(x) = \tan x \quad \text{και} \quad g(x) = \sqrt{1-x^2}$$

$$\text{iii)} \quad f(x) = \frac{\pi}{4} \quad \text{και} \quad g(x) = \exp x.$$

11. Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = x^2 + 1$ και $g(x) = \sqrt{x-2}$. Να προσδιορίσετε τις συναρτήσεις gof και fog .

12. Να εκφράσετε τη συνάρτηση f ως σύνθεση δύο ή περισσότερων συναρτήσεων, αν

i) $f(x) = \eta\mu(x^2 + 1)$,

ii) $f(x) = 2\eta\mu^2 3x + 1$

iii) $f(x) = \ln(e^{2x} - 1)$,

iv) $f(x) = \eta\mu^2(3x)$.