



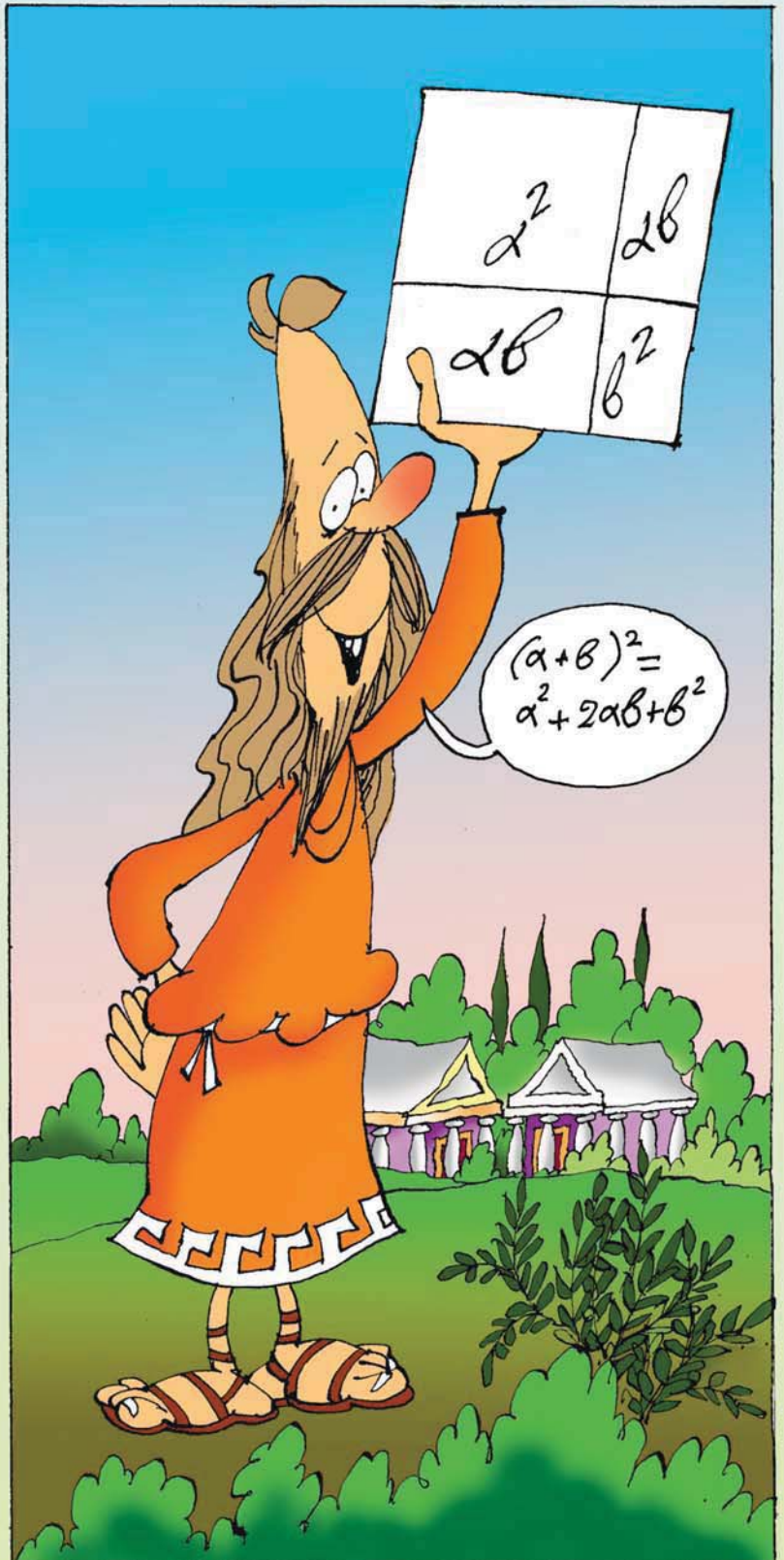
1ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ



ΑΛΓΕΒΡΙΚΕΣ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ

- 1.1 Πράξεις με πραγματικούς αριθμούς (επαναλήψεις - συμπληρώσεις)
- 1.2 Μονώνυμα - Πράξεις με μονώνυμα
- 1.3 Πολυώνυμα - Πρόσθεση και Αφαίρεση πολυωνύμων
- 1.4 Πολλαπλασιασμός πολυωνύμων
- 1.5 Αξιοσημείωτες ταυτότητες
- 1.6 Παραγοντοποίηση αλγεβρικών παραστάσεων
- 1.7 Διάρθρωση πολυωνύμων
- 1.8 Ε.Κ.Π. και Μ.Κ.Δ. ακεραίων αλγεβρικών παραστάσεων
- 1.9 Ρητές αλγεβρικές παραστάσεις
- 1.10 Πράξεις ρητών παραστάσεων

Γενικές ασκήσεις 1ου κεφαλαίου
Επανάληψη - Ανακεφαλαίωση



1.1

Πράξεις με πραγματικούς αριθμούς (επαναλήψεις – συμπληρώσεις)



✓ *Θυμάμαι τους πραγματικούς αριθμούς, τις τεχνικές και τις βασικές ιδιότητες των πράξεών τους.*

✓ *Εμπεδώνω τις ιδιότητες των δυνάμεων.*

✓ *Γνωρίζω τις ιδιότητες των ριζών και μαθαίνω να τις χρησιμοποιώ.*



A Οι πραγματικοί αριθμοί και οι πράξεις τους

Πραγματικοί αριθμοί είναι όλοι οι αριθμοί που γνωρίσαμε στις προηγούμενες τάξεις.

Π.χ. $\frac{3}{4}$, $-\frac{5}{2}$, 7,34, $\sqrt{2}$, 3, π , $\frac{\sqrt{5}}{3}$, $\sqrt{4}$, -0,5, $1 + \sqrt{3}$, 6,1010010001...

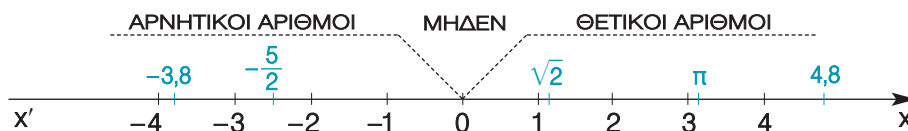
Οι πραγματικοί αριθμοί αποτελούνται από τους ρητούς και τους άρρητους αριθμούς.

Ρητός λέγεται κάθε αριθμός που έχει ή μπορεί να πάρει τη μορφή ενός κλάσματος $\frac{\mu}{\nu}$, όπου μ , ν ακέραιοι αριθμοί και $\nu \neq 0$.

$\frac{3}{4}$, $-\frac{5}{2} = \frac{-5}{2}$, $7,34 = \frac{734}{100}$,
 $3 = \frac{3}{1}$, $\sqrt{4} = 2 = \frac{2}{1}$, $-0,5 = \frac{-5}{10}$.

Άρρητος λέγεται κάθε αριθμός που δεν είναι ρητός.

$\sqrt{2}$, π , $\frac{\sqrt{5}}{3}$, $1 + \sqrt{3}$, 6,1010010001...



Κάθε πραγματικός αριθμός παριστάνεται μ' ένα σημείο πάνω σ' έναν άξονα.

Η **απόλυτη τιμή** ενός πραγματικού αριθμού a συμβολίζεται με $|a|$ και είναι ίση με την απόσταση του σημείου, που παριστάνει τον αριθμό a , από την αρχή του άξονα.

Για παράδειγμα: $|-2| = 2$, $|2| = 2$, $|0| = 0$, $|\frac{-3}{4}| = \frac{3}{4}$

Οι πράξεις στους πραγματικούς αριθμούς

Πρόσθεση

- Για να προσθέσουμε δύο **ομόσημους** αριθμούς, προσθέτουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο άθροισμά τους βάζουμε πρόσημο, το κοινό τους πρόσημο.

$$+7 + 5 = +12$$

$$-7 - 5 = -12$$

- Για να προσθέσουμε δύο **ετερόσημους** αριθμούς, αφαιρούμε την μικρότερη απόλυτη τιμή από τη μεγαλύτερη και στη διαφορά τους βάζουμε πρόσημο, το πρόσημο του αριθμού που έχει τη μεγαλύτερη απόλυτη τιμή.

$$\begin{aligned} +5 - 7 &= -2 \\ -5 + 7 &= +2 \end{aligned}$$

Πολλαπλασιασμός

- Για να πολλαπλασιάσουμε δύο **ομόσημους** αριθμούς, πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές τους και βάζουμε πρόσημο +
- Για να πολλαπλασιάσουμε δύο **ετερόσημους** αριθμούς, πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές τους και βάζουμε πρόσημο -

$$\begin{aligned} (+5) \cdot (+7) &= +35 \\ (-5) \cdot (-7) &= +35 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (+5) \cdot (-7) &= -35 \\ (-5) \cdot (+7) &= -35 \end{aligned}$$

Οι ιδιότητες της πρόσθεσης και του πολλαπλασιασμού

Για την πρόσθεση και τον πολλαπλασιασμό ισχύουν οι ιδιότητες:

Ιδιότητα	Πρόσθεση	Πολλαπλασιασμός
Αντιμεταθετική	$a + b = b + a$	$ab = ba$
Προσεταιριστική	$a + (b + c) = (a + b) + c$	$a(bc) = (ab)c$
Ουδέτερο στοιχείο	$a + 0 = a$	$a \cdot 1 = a$
	$a + (-a) = 0$	$a \cdot \frac{1}{a} = 1, \quad a \neq 0$
Επιμεριστική	$a(b + c) = ab + ac$	

Υπενθυμίζουμε ακόμη ότι:

- $a \cdot 0 = 0$.
- Αν $ab = 0$, τότε $a = 0$ ή $b = 0$.
- Δύο αριθμοί που έχουν άθροισμα μηδέν, λέγονται **αντίθετοι**.
- Δύο αριθμοί που έχουν γινόμενο τη μονάδα, λέγονται **αντίστροφοι**.

$$\begin{aligned} -3, \quad 3 \\ \frac{4}{5}, \quad \frac{5}{4} \end{aligned}$$

Αφαίρεση – Διαίρεση

Οι πράξεις της αφαίρεσης και της διαίρεσης γίνονται με τη βοήθεια της πρόσθεσης και του πολλαπλασιασμού αντιστοίχως.

- Για να βρούμε τη διαφορά δύο αριθμών, προσθέτουμε στο μειωτέο τον αντίθετο του αφαιρετέου.

$$\begin{aligned} 5 - 7 &= 5 + (-7) = -2 \\ 5 - (-7) &= 5 + (+7) = 12 \end{aligned}$$

$$a - b = a + (-b)$$

- Για να βρούμε το πηλίκο δύο αριθμών ($a : b$, ή $\frac{a}{b}$ με $b \neq 0$), πολλαπλασιάζουμε το διαιρετέο με τον αντίστροφο του διαιρέτη.

$$-5 : 15 = -5 \cdot \frac{1}{15} = -\frac{5}{15} = -\frac{1}{3}$$

$$a : b = a \cdot \frac{1}{b} \quad \text{ή} \quad \frac{a}{b} = a \cdot \frac{1}{b}$$



ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ - ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

1 Να υπολογιστούν οι παραστάσεις:

$$\alpha) (-3) \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) - \left(-\frac{1}{3} + 3\right) - \left(+\frac{1}{3}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \quad \beta) \frac{-3 + \frac{1}{2}}{2 - \frac{1}{3}}$$

Λύση

$$\alpha) (-3) \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) - \left(-\frac{1}{3} + 3\right) - \left(+\frac{1}{3}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = +\frac{9}{2} + \frac{1}{3} - 3 - \left(-\frac{1}{6}\right) =$$

$$= +\frac{9}{2} + \frac{1}{3} - 3 + \frac{1}{6} = \frac{27}{6} + \frac{2}{6} - \frac{18}{6} + \frac{1}{6} = \frac{12}{6} = 2$$

$$\beta) \frac{-3 + \frac{1}{2}}{2 - \frac{1}{3}} = \frac{-\frac{6}{2} + \frac{1}{2}}{\frac{6}{3} - \frac{1}{3}} = \frac{-\frac{5}{2}}{\frac{5}{3}} = -\frac{15}{10} = -\frac{3}{2}$$

2 Αν $\alpha + \beta = -3$ και $\gamma + \delta = -5$, να βρεθεί η αριθμητική τιμή της παράστασης $A = -(\gamma - 2\alpha) + 2(\beta - \frac{\delta}{2})$.

Λύση

$$A = -(\gamma - 2\alpha) + 2\left(\beta - \frac{\delta}{2}\right) =$$

$$= -\gamma + 2\alpha + 2\beta - \delta = \quad (\text{επιμεριστική ιδιότητα})$$

$$= 2\alpha + 2\beta - \gamma - \delta = \quad (\text{αντιμεταθετική ιδιότητα})$$

$$= 2(\alpha + \beta) - (\gamma + \delta) = \quad (\text{επιμεριστική ιδιότητα})$$

$$= 2(-3) - (-5) =$$

$$= -6 + 5 =$$

$$= -1$$



ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ

1 Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα σημειώνοντας «x» στην κατάλληλη θέση.

	-3	$\frac{1}{2}$	6	0,3	-0,8	$\sqrt{3}$	$\sqrt{16}$	3,14	π	$\frac{22}{7}$
Ακέραιος										
Ρητός										
Άρρητος										

2 Να συμπληρώσετε τις ισότητες:

$$\alpha) -3 + 7 = \dots \quad \beta) -6 + 6 = \dots \quad \gamma) -2 - 9 = \dots$$

$$\delta) (-2) \cdot \frac{1}{3} = \dots \quad \epsilon) 0 \cdot \left(-\frac{2}{7}\right) = \dots \quad \sigma\tau) \left(-\frac{4}{5}\right) \cdot \left(-\frac{5}{4}\right) = \dots$$

$$\zeta) (-6) : \left(-\frac{12}{5}\right) = \dots \quad \eta) \left(-\frac{8}{5}\right) : (+4) = \dots \quad \theta) \left(-\frac{4}{3}\right) : \left(+\frac{4}{3}\right) = \dots$$

3 Να συμπληρώσετε τις ισότητες:

α) $(-3 \cdot 2 - 5)x = \dots\dots\dots$ β) $-3(2 - 5x) = \dots\dots\dots$ γ) $-3(2 - 5)x = \dots\dots\dots$
 δ) $-2(x \dots \dots) = \dots\dots + 6$ ε) $(3 + x)(2 + y) = \dots\dots\dots$ στ) $4(\dots + \dots) = 12x + 8$

4 Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση:

i) Αν δύο αριθμοί είναι αντίθετοι, τότε:

- α) είναι ομόσημοι β) έχουν ίσες απόλυτες τιμές
 γ) έχουν γινόμενο μηδέν δ) έχουν γινόμενο τη μονάδα.

ii) Αν δύο αριθμοί είναι αντίστροφοι, τότε:

- α) είναι ετερόσημοι β) έχουν άθροισμα μηδέν
 γ) έχουν ίσες απόλυτες τιμές δ) έχουν γινόμενο τη μονάδα.

5 Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ), αν είναι σωστές ή με (Λ), αν είναι λανθασμένες:

- α) Οι αντίστροφοι αριθμοί είναι ομόσημοι.
 β) Το άθροισμα δύο ομόσημων αριθμών είναι θετικός αριθμός.
 γ) Η απόλυτη τιμή κάθε πραγματικού αριθμού είναι θετικός αριθμός.
 δ) Δύο αριθμοί με γινόμενο θετικό και άθροισμα αρνητικό είναι αρνητικοί.

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ - ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ



1 Να κάνετε τις πράξεις:

α) $2 + 3 \cdot 4 - 12 : (-4) + 1$ β) $2 + 3 \cdot (4 - 12) : (-4 + 1)$
 γ) $-3 \cdot (-2) - 5 + 4 : (-2) - 6$ δ) $-8 : (-3 + 5) - 4 \cdot (-2 + 6)$

2 Τα αποτελέσματα των παρακάτω πράξεων σχηματίζουν το έτος που έγινε ένα γεγονός στη χώρα μας με παγκόσμιο ενδιαφέρον.

$-(5 - 4) - (+2) + (-6 + 4) - (-7) = \square$
 $4 - (-2 + 6 - 3) + (-9 + 6) = \square$
 $14 + (-6 + 5 - 3) - (-4 - 1) \cdot (-2) = \square$
 $(-3) \cdot (-2) + 4 - (+5) - (-1) : (-1) = \square$

3 Ένα αυτοκίνητο ξεκίνησε από τη θέση Ο, κινήθηκε πάνω στον άξονα x'x προς τα αριστερά στη θέση Β και στη συνέχεια προς τα δεξιά στη θέση Γ. Αν είναι $OA = 5$ km, τότε να βρείτε πόσο διάστημα διήνυσε το αυτοκίνητο και πόσο μετακινήθηκε από την αρχική του θέση.



4 Να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

α) $\frac{2}{3} - (-\frac{1}{4}) + (-\frac{1}{2}) - (+\frac{1}{12})$ β) $-(-\frac{1}{3} + \frac{3}{2} - \frac{5}{6}) + (-\frac{1}{2} + \frac{5}{3} - \frac{11}{6})$

γ) $-5 \cdot \frac{1}{2} - \frac{2}{3} - 5 \cdot (\frac{1}{2} - \frac{2}{3})$ δ) $(1 - \frac{7}{2}) \cdot (\frac{1}{2} - \frac{4}{5}) - \frac{3}{5} : (-\frac{2}{5} + \frac{2}{3})$

5 Να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

α) $\frac{-\frac{1}{2} + \frac{2}{3} - 1}{3 - \frac{1}{6} + \frac{1}{2}}$ β) $\frac{-2 \cdot 3 - \frac{1}{4}}{-2 \cdot (3 - \frac{1}{4})}$ γ) $-7 + \frac{-3 - \frac{1}{3}}{-2 + \frac{1}{3}}$

6 Οι ελάχιστες θερμοκρασίες μιας πόλης το πρώτο δεκαήμερο του έτους ήταν:

1, -3, 0, 2, 1, -2, -5, 0, -3, -1.

Να βρείτε τη μέση ελάχιστη θερμοκρασία της πόλης το δεκαήμερο αυτό.



7 Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά χρησιμοποιώντας το κατάλληλο σύμβολο (+ ή -).

α) $12 \dots 5 \dots 20 = -3$ β) $-8 \dots 9 \dots 1 = 0$

γ) $\frac{5}{4} \dots \frac{3}{4} \dots \frac{10}{4} = 3$ δ) $-0,35 \dots 6,15 \dots 8,50 = 2$

8 Να αποδείξετε τις παρακάτω ισότητες:

α) $8 - (α - β) + (α - 5 - β) = 3$

β) $2 - (α + β - γ) - (4 + γ - β) - (-2 - α) = 0$

γ) $-2 \cdot (α - 3) + α \cdot (-7 + 9) - 3 \cdot (+2) = 0$

9 Αν $x + y = -5$ και $ω + φ = -7$, να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

$A = 4 - (x - ω) - (y - φ)$ $B = -(-5 - x + φ) + (-8 + y) - (ω - 4)$

10 Αν α, β είναι οι διαστάσεις ενός ορθογωνίου, που έχει περίμετρο 56 και γ, δ οι διαστάσεις ενός άλλου ορθογωνίου, που έχει περίμετρο 32, να υπολογίσετε την παράσταση $A = α - (9 - 2γ) - (15 - β - 2δ)$.

11 Να τοποθετήσετε καθέναν από τους παρακάτω αριθμούς

-7, -6, -5, -3, 1, 2, 4, 5, 9

σε ένα τετράγωνο, ώστε τα τρία αθροίσματα να είναι ίσα μεταξύ τους.

+ + =

+ + =

+ + =