

Άσκηση 1

Με όλες τις μεθόδους επίλυσης (Αντικατάσταση – Απαλοιφή - Ορίζουσες) να λυθούν τα παρακάτω συστήματα:

$$(i) \begin{cases} 2x + y = 8 \\ 3x - 2y = 1 \end{cases}$$

$$(ii) \begin{cases} 6x = y + 2 \\ x - 2y = 3 \end{cases}$$

Άσκηση 2

Να λύσετε τα ακόλουθα γραμμικά συστήματα:

$$(i) \begin{cases} x - 4y = 4 \\ \frac{x}{4} - y = 2 \end{cases}$$

$$(ii) \begin{cases} 4x = y + 2 \\ \frac{x}{2} - \frac{1}{4} = \frac{y}{8} \end{cases}$$

Άσκηση 3

Να λύσετε i) αλγεβρικά και ii) γραφικά, το ακόλουθο γραμμικό σύστημα:

$$\begin{cases} x - y = 8 \\ x + y = 2 \end{cases}$$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 4

Να λύσετε i) αλγεβρικά και ii) γραφικά, το ακόλουθο γραμμικό σύστημα:

$$\left. \begin{array}{l} 4x - y = -1 \\ x + 2y = 11 \end{array} \right\}$$

Άσκηση 5

Να λύσετε i) αλγεβρικά και ii) γραφικά, το ακόλουθο γραμμικό σύστημα:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 1 \\ x + y = 7 \end{array} \right\}$$

Άσκηση 6

Χωρίς να προβείτε σε επίλυση, να αποφανθείτε ποια από τα παρακάτω συστήματα έχουν μοναδική λύση, είναι αόριστα ή είναι αδύνατα:

$$(i) \left. \begin{array}{l} 3x + 2y = 10 \\ -9x - 6y = 5 \end{array} \right\}$$

$$(ii) \left. \begin{array}{l} 6x - 7y = 2 \\ 8x + 11y = 3 \end{array} \right\}$$

$$(iii) \left. \begin{array}{l} 9x - 4y = 5 \\ 27x - 12y = 15 \end{array} \right\}$$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 7

Ένας άνθρωπος έχει 10 χαρτονομίσματα των 20 και των 50 Ευρώ. Το συνολικό ποσό που έχει είναι 320 Ευρώ. Πόσα είναι τα χαρτονομίσματα των 20 Ευρώ και πόσα των 50 Ευρώ;

Άσκηση 8

Υπάρχουν δύο βαρέλια με κρασί. Το πρώτο έχει κρασί με 14% αλκοόλ και το δεύτερο με 11,5% αλκοόλ. Τι ποσότητες πρέπει να πάρουμε από κάθε βαρέλι, ώστε όταν τις αναμείξουμε να έχουμε κρασί με περιεκτικότητα 12% σε αλκοόλ;

Άσκηση 9

Να λυθούν τα συστήματα:

$$\begin{cases} 6 \cdot x - (\sqrt{7} - 1) \cdot y = 6 \\ (\sqrt{7} + 1) \cdot x + y = \sqrt{7} + 1 \end{cases} \quad \text{και} \quad \begin{cases} 2 \cdot x + (\sqrt{3} - 1) \cdot y = 2 \\ (\sqrt{3} + 1) \cdot x + y = \sqrt{3} + 1. \end{cases}$$

Άσκηση 10

Δίνονται οι ευθείες $\frac{x}{\alpha} + \frac{y}{\beta} = 1$ και $\alpha x + \beta y = 1$ με $\alpha, \beta \neq 0$

Να δείξετε ότι τέμνονται σε ακριβώς ένα σημείο αν και μόνο αν $|\alpha| \neq |\beta|$.

Να βρεθεί αυτό το κοινό σημείο.

Έξυπνα και εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 11

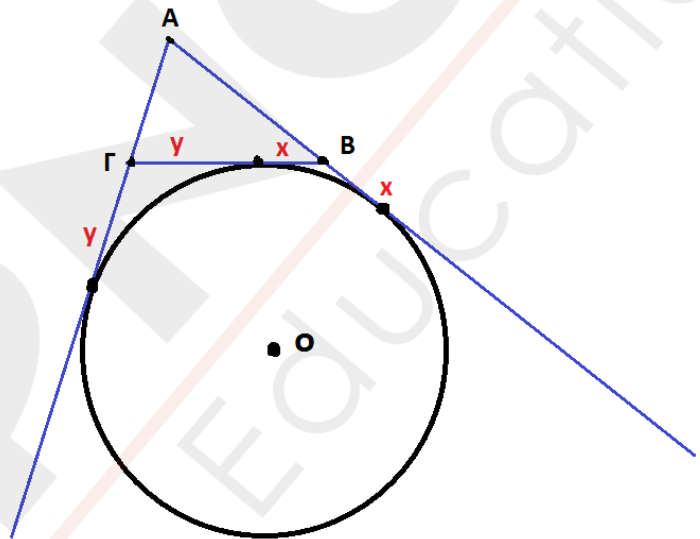
Για τις διάφορες τιμές της παραμέτρου $\alpha \in \mathbb{R}$, να λυθεί το ακόλουθο σύστημα:

$$\left. \begin{array}{l} \alpha x + y = a \\ x + y = 2 \end{array} \right\}$$

Άσκηση 12

Στο διπλανό σχήμα, ο κύκλος εφάπτεται της πλευράς ΒΓ και των προεκτάσεων των πλευρών ΑΒ και ΑΓ του τριγώνου ΑΒΓ.

Να υπολογισθούν τα τμήματα x, y του σχήματος, εάν είναι γνωστές οι πλευρές α, β, γ του τριγώνου.



Άσκηση 13

Να λυθούν για τις διάφορες τιμές της παραμέτρου $\lambda \in \mathbb{R}$, τα συστήματα:

$$\alpha) \left\{ \begin{array}{l} (\lambda + 1) \cdot x + 8 \cdot y = 4 \cdot \lambda \\ \lambda \cdot x + (\lambda + 3) \cdot y = 3 \cdot \lambda - 1 \end{array} \right. \quad \text{και} \quad \beta) \left\{ \begin{array}{l} 4 \cdot x + \lambda \cdot y = 9 \\ 2 \cdot \lambda \cdot x + 18 \cdot y = -27. \end{array} \right.$$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 14

Για ποιες τιμές της παραμέτρου $\alpha \in \mathbb{R}$ το σύστημα
$$\begin{cases} \alpha^2 \cdot x + \alpha \cdot y = 1 \\ x + \alpha \cdot y = \alpha \end{cases}$$

α) έχει μοναδική λύση

β) έχει μοναδική λύση (x_0, y_0) η οποία επαληθεύει τη γραμμική εξίσωση $2 \cdot x + 3 \cdot y = 3$

γ) είναι αδύνατο;

Άσκηση 15

Εάν οι α, β είναι ομόσημοι, αποδείξτε ότι το ακόλουθο σύστημα

$$\begin{cases} \alpha \cdot x + \beta \cdot y = 2 \cdot \alpha \\ \alpha^2 \cdot x - \beta^2 \cdot y = \alpha^2 + \beta^2 \end{cases}$$

έχει ακριβώς μια λύση (x_0, y_0) για την οποία ισχύει $x_0 + y_0 \geq 2$.

Άσκηση 16

Έστω $\lambda \in \mathbb{R}$ και τα συστήματα:

$$\left\{ \begin{array}{l} (\lambda + 1) \cdot x - y = \lambda - 1 \\ (3 \cdot \lambda - 2) \cdot x - (\lambda - 2) \cdot y = 6 \end{array} \right\} (\Sigma_1) \quad \text{και} \quad \left\{ \begin{array}{l} (\lambda - 1) \cdot x + y = 2 \cdot \lambda - 1 \\ (\lambda + 2) \cdot x + (\lambda - 2) \cdot y = 2 \cdot \lambda \end{array} \right\} (\Sigma_2).$$

Εάν το (Σ_1) έχει άπειρες λύσεις ν' αποδειχθεί ότι το (Σ_2) είναι αδύνατο.

Έξυπνα και εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 17

Να λυθούν τα συστήματα:

$$\alpha) \begin{cases} 2 \cdot x - y + 3 \cdot z = -9 \\ x + 3 \cdot y - z = 10 \\ 3 \cdot x + y - z = 8 \end{cases} \quad \text{και} \quad \beta) \begin{cases} 5 \cdot x + 5 \cdot y - z = 0 \\ 10 \cdot x + 5 \cdot y + 2 \cdot z = 0 \\ 5 \cdot x + 15 \cdot y - 9 \cdot z = 0. \end{cases}$$

Άσκηση 18

Για τις διάφορες τιμές του $\alpha \in \mathbb{R}$ να λυθούν και να διερευνηθούν τα ακόλουθα συστήματα:

$$\text{i) } \begin{cases} \alpha x - y = 1 - \alpha \\ x - \alpha y = \alpha - \alpha^2 \end{cases} \quad \text{ii) } \begin{cases} (\alpha - 1)^2 x + (\alpha^2 - 1) y = (\alpha + 1)^2 \\ (2\alpha - 1)x + (\alpha + 1)y = \alpha^2 - 1 \end{cases}$$

Άσκηση 19

Για τις διάφορες τιμές των $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ να λυθεί και να διερευνηθεί το ακόλουθο σύστημα:

$$\begin{cases} \alpha x + \beta y = \alpha^2 \beta \\ \alpha^2 x + \beta^2 y = \alpha \beta^2 \end{cases}$$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 20

Για τις διάφορες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$, με $1 < \lambda < 2$ να λυθεί και να διερευνηθεί το ακόλουθο σύστημα:

$$\begin{cases} (\lambda + 2)x + y = 3\lambda \\ \lambda x + y = -1 \end{cases}$$

Να δείξετε ότι έχει μοναδική λύση (x_0, y_0) με $2 < x_0 < \frac{7}{2}$, $y_0 < 0$

Άσκηση 21

Για τις διάφορες τιμές των $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ να λυθεί και να διερευνηθεί το ακόλουθο σύστημα:

$$\begin{cases} \frac{x}{\alpha + \beta} + \frac{y}{\alpha - \beta} = 2\alpha \\ x - y = 4\alpha\beta \end{cases}$$

Άσκηση 22

Για τις διάφορες τιμές των $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ να λυθεί και να διερευνηθεί το ακόλουθο σύστημα:

$$\begin{cases} (\alpha^2 + \beta^2)x + (\alpha^2 - \beta^2)y = \alpha^2 \\ (\alpha + \beta)x + (\alpha - \beta)y = \alpha \end{cases}$$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!