

i.1 Γραμμικά συστήματα

Τράπεζα θεμάτων

Θέμα 2^ο

Άσκηση 2 – 16950

- i. Να κατασκευάσετε ένα γραμμικό σύστημα δυο εξισώσεων με δυο αγνώστους με συντελεστές διάφορους του μηδενός, το οποίο να είναι αδύνατο.

(Μονάδες 10)

- ii. Να παραστήσετε γραφικά στο επίπεδο τις δυο εξισώσεις του συστήματος που ορίσατε στο α) ερώτημα και, με βάση το γράφημα, να εξηγήσετε γιατί το σύστημα είναι αδύνατο.

(Μονάδες 15)

Άσκηση 2 – 16954

Δίνεται η εξίσωση: $8x + 2y = 7$ (1)

- i. Να γράψετε μια άλλη εξίσωση που να μην έχει καμία κοινή λύση με την εξίσωση (1).

(Μονάδες 10)

- ii. Να παραστήσετε γραφικά στο επίπεδο τις δυο εξισώσεις και, με βάση το γράφημα, να εξηγήσετε γιατί το σύστημα είναι αδύνατο.

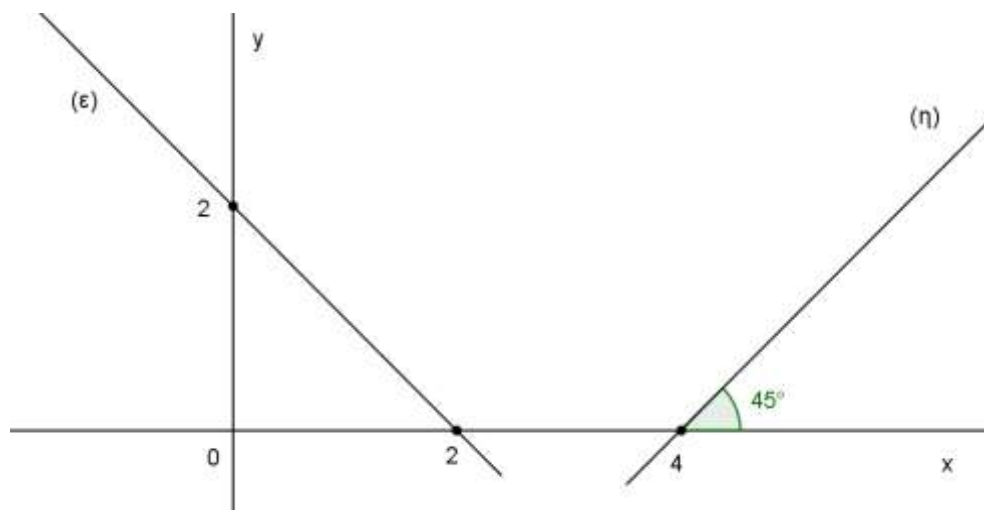
(Μονάδες 15)

Άσκηση 2 – 16957

- i. Δύο φίλοι, ο Μάρκος και ο Βασίλης, έχουν άθροισμα ηλικιών 27 χρόνια, και ο Μάρκος είναι μεγαλύτερος από το Βασίλη. Μπορείτε να υπολογίσετε την ηλικία του καθενός; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 13)
- ii. Δίνεται επιπλέον η πληροφορία ότι η διαφορά των ηλικιών τους είναι 5 χρόνια. Να υπολογίσετε την ηλικία του καθενός. (Μονάδες 12)

Άσκηση 2 – 16960

- i. Με βάση τα δεδομένα του σχήματος, να προσδιορίσετε τις εξισώσεις των ευθειών (ϵ) και (η).



(Μονάδες 12)

- ii. Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου τομής τους. (Μονάδες 13)

Η Γνώση με τρόπο απλό και κατανοητό!

2

Άσκηση 2 – 17647

Δίνεται το σύστημα: $\begin{cases} x - 2y = 8 \\ ax + by = \gamma \end{cases}$ με παραμέτρους $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$

- i. Να επιλέξετε τιμές για τις παραμέτρους α, β, γ ώστε το σύστημα αυτό να έχει μοναδική λύση το ζεύγος $(2, -3)$.

(Μονάδες 13)

- ii. Να επιλέξετε τιμές για τις παραμέτρους α, β, γ ώστε το σύστημα αυτό να είναι αδύνατο.

(Μονάδες 12)

Άσκηση 2 – 17651

Στο δημοτικό parking μιας επαρχιακής πόλης στις 10 το πρωί, το σύνολο των δίκυκλων και τετράτροχων οχημάτων που έχουν παρκάρει είναι 830 και το πλήθος των τροχών τους 2.700.

- i. Να εκφράσετε τα δεδομένα με ένα σύστημα δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους.

(Μονάδες 13)

- ii. Να βρείτε τον αριθμό των δίκυκλων καθώς και τον αριθμό των τετράτροχων οχημάτων.

(Μονάδες 12)

Άσκηση 2 – 17683

Δίνεται το σύστημα: $\begin{cases} (\lambda + 1)x + 2y = 3 \\ 4x + (\lambda - 1)y = -6 \end{cases}$ με παράμετρο $\lambda \in \mathbb{R}$.

- i. Αν $\lambda = -3$, να δείξετε ότι το σύστημα έχει άπειρες λύσεις. Να βρείτε μια λύση. (Μονάδες 8)
- ii. Αν $\lambda = 3$, να δείξετε ότι το σύστημα είναι αδύνατο. (Μονάδες 8)
- iii. Αν $\lambda = 0$, να δείξετε ότι το σύστημα έχει μοναδική λύση την οποία και να προσδιορίσετε. (Μονάδες 9)

Άσκηση 2 – 17703

Δίνονται οι ευθείες με εξισώσεις:

$(\varepsilon_1) : 2x - y = -1$ και $(\varepsilon_2) : (\lambda - 1)x - y = 6$, με παράμετρο $\lambda \in \mathbb{R}$.

- i. Να βρείτε την τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε οι ευθείες (ε_1) και (ε_2) να είναι παράλληλες. (Μονάδες 8)
- ii. Να παραστήσετε γραφικά τις (ε_1) και (ε_2) , για $\lambda = 3$. (Μονάδες 8)
- iii. Υπάρχει τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$, ώστε οι ευθείες (ε_1) και (ε_2) να ταυτίζονται; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 9)

Άσκηση 2 – 17709

Δίνονται οι ευθείες $(\varepsilon_1) : 2x + y = 5$, $(\varepsilon_2) : -2x + 3y = -9$,
 $(\varepsilon_3) : 3x + 2y = 7$

- α) i. Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου τομής των (ε_1) , (ε_2)
ii. Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου τομής των (ε_1) , (ε_3)
(Μονάδες 12)
- β) Με τη βοήθεια του ερωτήματος (α), να δείξετε ότι το κοινό σημείο των (ε_2) και (ε_3) είναι σημείο της (ε_1) . (Μονάδες 13)

Άσκηση 2 – 17717

Ένα θέατρο έχει 25 σειρές καθισμάτων χωρισμένες σε δύο διαζώματα. Η κάθε μια από τις σειρές του κάτω διαζώματος έχει 14 καθίσματα και η κάθε μια από τις σειρές του πάνω διαζώματος έχει 16 καθίσματα, ενώ η συνολική χωρητικότητα του θεάτρου είναι 374 καθίσματα.

- α) Αν x ο αριθμός σειρών του κάτω και y ο αριθμός σειρών του πάνω διαζώματος, να εκφράσετε τα δεδομένα του προβλήματος με ένα σύστημα δύο εξισώσεων. (Μονάδες 12)
- β) Πόσες σειρές έχει το πάνω και πόσες το κάτω διάζωμα; (Μονάδες 13)

Άσκηση 2 – 17734

Δίνονται οι ευθείες: $(\varepsilon_1) : 2x + y = 6$, $(\varepsilon_2) : x - 2y = -3$

α) Να προσδιορίσετε αλγεβρικά το κοινό τους σημείο M.

(Μονάδες 13)

β) Να βρείτε για ποια τιμή του α, η ευθεία $3x + \alpha y = \alpha + 5$ διέρχεται από το M.

(Μονάδες 12)

Άσκηση 2 – 18637

Δίνεται το σύστημα: $\begin{cases} x - 2y = 9 \\ \alpha x + \beta y = \gamma \end{cases}$ με παραμέτρους $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$

α) Να επιλέξετε τιμές για τις παραμέτρους α, β, γ ώστε το σύστημα αυτό να έχει μοναδική λύση το ζεύγος $(1, -4)$

(Μονάδες 13)

β) Να επιλέξετε τιμές για τις παραμέτρους α, β, γ ώστε το σύστημα αυτό να είναι αδύνατο και να επαληθεύσετε γραφικά την επιλογή σας.

(Μονάδες 12)

Άσκηση 2 – 18638

Δίνεται το σύστημα: $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ \alpha x + \beta y = \gamma \end{cases}$ με παραμέτρους $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$

α) Να επιλέξετε τιμές για τις παραμέτρους α, β, γ ώστε το σύστημα αυτό να έχει μοναδική λύση το ζεύγος $(-1, 5)$.

(Μονάδες 13)

β) Να επιλέξετε τιμές για τις παραμέτρους α, β, γ ώστε το σύστημα αυτό να είναι αδύνατο και να επαληθεύσετε γραφικά την επιλογή σας.

(Μονάδες 12)

Άσκηση 2 – 20328

Δίνεται το σύστημα: $\begin{cases} \lambda x + y = 2 \\ \lambda x + \lambda y = \lambda + 1 \end{cases}$, με παράμετρο $\lambda \in \mathbb{R}$.

α) Να αποδείξετε ότι για τις ορίζουσες D, D_x, D_y του συστήματος ισχύουν $D = \lambda(\lambda - 1), D_x = \lambda - 1$ και $D_y = \lambda(\lambda - 1)$

(Μονάδες 15)

β) Αν είναι $\lambda \neq 0$ και $\lambda \neq 1$, τότε να λύσετε το σύστημα.

(Μονάδες 10)

Θέμα 4ο**Άσκηση 4 – 17834**

Για τις ηλικίες των μελών μιας τριμελούς οικογένειας ισχύουν τα παρακάτω:

Η ηλικία της μητέρας είναι τριπλάσια από την ηλικία του παιδιού. Ο λόγος της ηλικίας το πατέρα προς την ηλικία του παιδιού ισούται με $\frac{11}{3}$. Επιπλέον το άθροισμα των ηλικιών και των τριών ισούται με 115 χρόνια.

α) Να εκφράσετε τα δεδομένα με ένα σύστημα τριών εξισώσεων με τρεις αγνώστους. (Μονάδες 13)

β) Να βρείτε την ηλικία του καθενός.

(Μονάδες 12)

Άσκηση 4 – 17835

Δίνονται οι ευθείες ε_1 και ε_2 με εξισώσεις $x + (\lambda + 2)y = 3$, $(\lambda - 2)x + 5y = 3$ αντίστοιχα και $\lambda \in \mathbb{R}$

α) Για τις διάφορες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$, να βρείτε τη σχετική θέση των δύο ευθειών.

(Μονάδες 13)

β) Στην περίπτωση που οι ευθείες ε_1 και ε_2 τέμνονται, να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου τομής Α των δύο ευθειών. (Μονάδες 7)

γ) Να βρείτε την τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$ για την οποία το σημείο Α ανήκει στην ευθεία με εξίσωση: $x + 2y = 3$.

(Μονάδες 5)

Άσκηση 4 – 17839

Δίνεται το σύστημα: $\begin{cases} (\alpha - 1)x + 3y = 3 \\ x + (\alpha + 1)y = 3 \end{cases}$, με παράμετρο $\alpha \in \mathbb{R}$

α) Να αποδείξετε ότι αν το σύστημα έχει μοναδική λύση την (x_0, y_0) , τότε $x_0 = y_0$

(Μονάδες 10)

β) Να βρείτε τις τιμές του $\alpha \in \mathbb{R}$ για τις οποίες το σύστημα:

i. έχει άπειρες σε πλήθος λύσεις και να δώσετε τη μορφή τους.

(Μονάδες 6)

ii. δεν έχει λύση.

(Μονάδες 4)

γ) Να εξετάσετε τις σχετικές θέσεις των δύο ευθειών που προκύπτουν από τις εξισώσεις του παραπάνω συστήματος για $\alpha = 3, \alpha = 2, \alpha = -2$

(Μονάδες 5)

Άσκηση 4 – 20336

Δίνεται το σύστημα: $\begin{cases} 2x - 4y = 1 - \lambda \\ x + 6y = \lambda + 2 \end{cases}$, $\lambda \in \mathbb{R}$.

α) Να αποδείξετε ότι το σύστημα έχει λύση για οποιονδήποτε πραγματικό αριθμό λ .

(Μονάδες 7)

β) Να βρείτε τα x και y συναρτήσει του λ .

(Μονάδες 8)

γ) Να προσδιορίσετε την τιμή του λ , για την οποία οι ευθείες:

$2x - 4y = 1 - \lambda$, $x + 6y = \lambda + 2$ και $16x + 16y = 19$ διέρχονται από το ίδιο σημείο.

(Μονάδες 10)

Άσκηση 4-20925

Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1: \lambda x + y = 1$ και $\varepsilon_2: x + \lambda y = \lambda^2$

α) Να βρείτε για ποιες τιμές του λ οι δύο ευθείες τέμνονται και να γράψετε τις συντεταγμένες του κοινού τους σημείου συναρτήσει του λ .

(Μονάδες 13)

β) Για ποια τιμή του λ οι δύο ευθείες είναι παράλληλες; (Μονάδες 6)

γ) Αν οι ευθείες ε_1 και ε_2 ταυτίζονται, να αποδείξετε ότι οι ευθείες $\lambda x + \lambda^2 y = \lambda^3$ και $2x + 2\lambda y = \lambda^2 - 1$ είναι παράλληλες.

(Μονάδες 6)