ΕΙΣΑΓΩΓΗ
ΣΤΑ
ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΑ

Συμβολισμός – Γραφή

$$\vec{\alpha} = \left[\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z\right] \quad \text{ή} \quad \vec{\alpha} = \begin{bmatrix} \alpha_x \\ \alpha_y \\ \alpha_z \end{bmatrix} \quad \text{ή} \quad \vec{\alpha} = \alpha_x \cdot \hat{i} + \alpha_y \cdot \hat{j} + \alpha_z \cdot \hat{k}$$

Μέτρο διανύσματος: $|\vec{\alpha}| = \sqrt{\alpha_x{}^2 + \alpha_y{}^2 + \alpha_z{}^2}$

Μοναδιαίο διάνυσμα στη διεύθυνση του $\vec{\alpha}$**:** $\hat{\alpha} = \dfrac{\vec{\alpha}}{|\vec{\alpha}|}$ **, δηλαδή** $|\hat{\alpha}| = 1$

Συμβολισμός – Γραφή

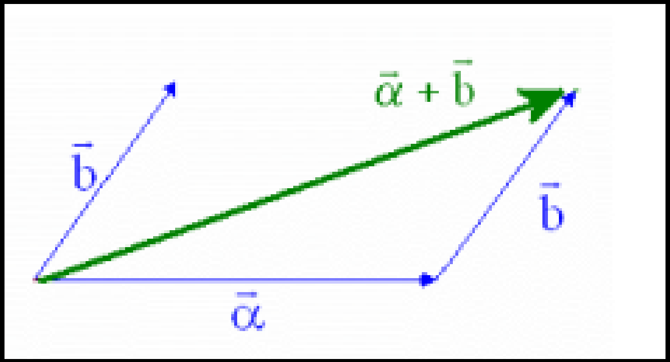
Αν $A=(x_A, y_A, z_A)$ και $B=(x_B, y_B, z_B)$ είναι η αρχή και το πέρας αντίστοιχα του διανύσματος AB, τότε:

$$AB=(\text{πέρας})-(\text{αρχή})=[x_B - x_A \,, y_B - y_A, z_B - z_A]$$

ή $AB=\begin{bmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \\ z_B - z_A \end{bmatrix}$ ή $AB=\left(x_B - x_A\right)\hat{i}+\left(y_B - y_A\right)\hat{j}+\left(z_B - z_A\right)\hat{k}$

Άθροισμα των διανυσμάτων $\vec{\alpha}, \vec{b}$

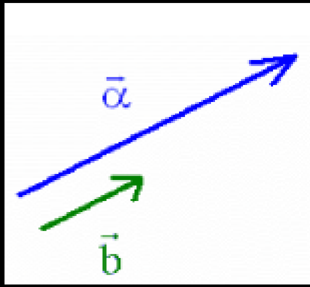
$$\vec{\alpha} + \vec{b} = [\alpha_x + b_x \,, \alpha_y + b_y, \alpha_z + b_z]$$



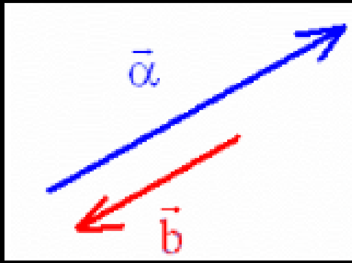
Παράλληλα διανύσματα $\vec{\alpha} = \alpha_x \hat{i} + \alpha_y \hat{j} + \alpha_z \hat{k}$

$$\vec{b} = b_x \hat{i} + b_y \hat{j} + b_z \hat{k}$$

Ισχύει ότι: $\vec{\alpha} // \vec{b} \Leftrightarrow \vec{\alpha} = \lambda \vec{b} \,, \ \lambda \in \mathbb{R}$



Αν $\lambda > 0$, τα διανύσματα είναι ομόρροπα, δηλαδή: $\vec{\alpha} \uparrow\uparrow \vec{b}$



Αν $\lambda < 0$, τα διανύσματα είναι αντίρροπα., δηλαδή: $\vec{\alpha} \uparrow\downarrow \vec{b}$

Εσωτερικό γινόμενο των διανυσμάτων $\vec{\alpha} = \alpha_x \hat{i} + \alpha_y \hat{j} + \alpha_z \hat{k}$

$$\vec{b} = b_x \hat{i} + b_y \hat{j} + b_z \hat{k}$$

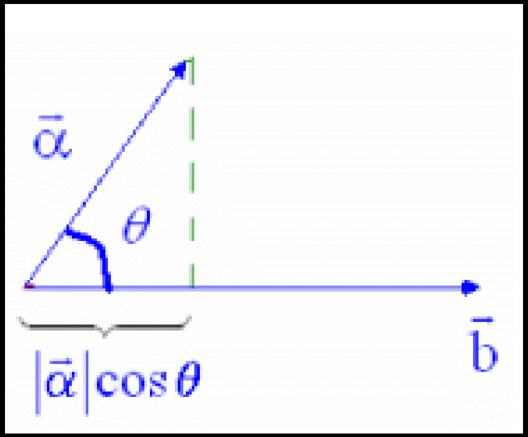
$$\vec{\alpha} \cdot \vec{b} = \alpha_x b_x + \alpha_y b_y + \alpha_z b_z$$

Παρατήρηση: $\vec{\alpha} \cdot \vec{b} = -\vec{b} \cdot \vec{\alpha}$

Προβολή διανύσματος $\vec{\alpha}$ πάνω στη διεύθυνση του $\vec{b}$

Μέτρο προβολής: $$\left|\pi\rho o\beta_b \vec{\alpha}\right| = \left|\vec{\alpha}\right|\cos\theta =$$

$$= \vec{\alpha}\cdot\frac{\vec{b}}{\left|\vec{b}\right|} = \vec{\alpha}\cdot\hat{b}$$



Διανυσματική προβολή: $$\left|\pi\rho o\beta_b \vec{\alpha}\right| = \left(\vec{\alpha}\cdot\hat{b}\right)\hat{b}$$

Κριτήριο Ορθογωνιότητας:

Ισχύει ότι: $\vec{\alpha} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{\alpha} \cdot \vec{b} = 0$ (διότι $\theta = \pi / 2 \Rightarrow \cos\theta = 0$)

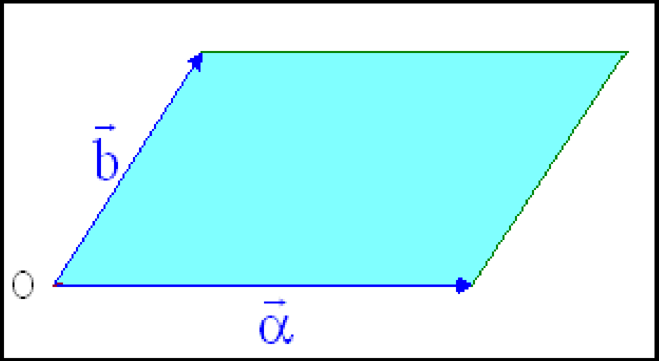
Εξωτερικό γινόμενο των διανυσμάτων $\vec{\alpha} = \alpha_x \hat{i} + \alpha_y \hat{j} + \alpha_z \hat{k}$

$$\vec{b} = b_x \hat{i} + b_y \hat{j} + b_z \hat{k}$$

$$\vec{\alpha} x \vec{b} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ \alpha_x & \alpha_y & \alpha_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$$, με μέτρο: $\left|\vec{\alpha} x \vec{b}\right| = \left|\vec{\alpha}\right| \cdot \left|\vec{b}\right| \cdot \sin\theta$

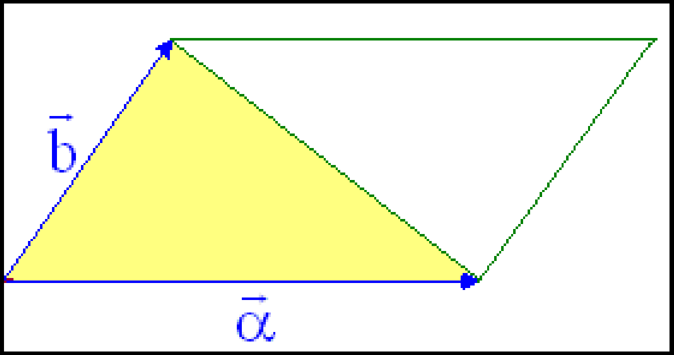
Εμβαδόν παραλληλογράμμου με πλευρές τα: $\vec{\alpha}, \vec{b}$

$$Ε_{παρ/μου} = \left|\vec{\alpha} \times \vec{b}\right|$$



Εμβαδόν τριγώνου με πλευρές τα: $\vec{\alpha}, \vec{b}$

$$Ε_{τριγωνου} = \frac{1}{2}\left|\vec{\alpha} \times \vec{b}\right|$$



Όγκος παραλληλεπιπέδου:

$$V_{\pi\alpha\rho/\mu o\upsilon} = \left|\left[\vec{\alpha}, \vec{b}, \vec{c}\right]\right| = \left|\vec{\alpha} \cdot \left(\vec{b} \times \vec{c}\right)\right|$$

όπου:

$$\vec{\alpha} \cdot \left(\vec{b} \times \vec{c}\right) = \begin{vmatrix} \alpha_x & \alpha_y & \alpha_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix}$$