

Ταυτότητες & Παραγοντοποίηση

Μέσα από την απολαυστική μας περιήγηση στον κόσμο των Μαθηματικών της Παρατήρησης και της Μύησης, γνωρίσαμε στη Γ' Γυμνασίου τις Αλγεβρικές Παραστάσεις. Ερμηνεύοντας εκ νέου τώρα στην Α' Λυκείου τις χαρακτηριστικές ιδιότητες τους καθώς και τη διαδικασία εκτέλεσης των πράξεων μεταξύ μονωνύμων και πολυωνύμων, ξεκινούμε το ταξίδι προς τον καινούργιο κόσμο των Μαθηματικών κάνοντας πρωτίστως μια καλή επανάληψη στις Αξιοσημείωτες Ταυτότητες και τις μεθόδους Παραγοντοποίησης, για να την ολοκληρώσουμε με την απλοποίηση και τις Πράξεις μεταξύ των Ρητών Αλγεβρικών Παραστάσεων.

Άσκηση 1

Να βρείτε το τελικό αποτέλεσμα στις παρακάτω παραστάσεις:

α) $(2x - 7)^2$

β) $(2\sqrt{3} - \sqrt{2})^2$

γ) $(2\sqrt{3} - \sqrt{2}) \cdot (2\sqrt{3} + \sqrt{2})$

δ) $(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2 + (\sqrt{3} + \sqrt{2})^2$

ε) $(\sqrt{5} + 1)^2 - (\sqrt{5} - 1)^2 - 4\sqrt{5}$

Άσκηση 2

Να συμπληρώσετε τις ισότητες:

1. $(x \dots \dots)^2 = \dots + \dots + 25$

2. $(\dots \dots 3)^2 = \omega^2 - \dots \dots \dots$

3. $(\dots + \dots)^2 = 9x^2 \dots 12x\psi \dots \dots$

4. $(\dots \dots 3a)^2 = \dots - 30x^2a \dots \dots$

Άσκηση 3

Να κάνετε τις πράξεις:

α) $3 + (x - 1)^2 - (x - 2)^2$

β) $1 + 2x(x - 3)^2$

γ) $x - 3x(2x - 1)^2$

δ) $x^2 - (2x - 1) \cdot (x + 1)^2$



Άσκηση 4

Να αποδείξετε τις ταυτότητες:

- i. $(\alpha + \beta)^2 - (\alpha - \beta)^2 = 4\alpha\beta$
- ii. $4\alpha(\alpha - 1) - (2\alpha - 1)^2 = -1$
- iii. $(\alpha^2 - 3)^2 - (\alpha - 1) \cdot (\alpha^3 - 6\alpha) = \alpha(\alpha^2 - 6) + 9$
- iv. $(\alpha^2 + 1) \cdot (x^2 + 4) - (2\alpha - x)^2 = (\alpha x + 2)^2$

Άσκηση 5

Να κάνετε τις πράξεις:

- α) $x^3 - (x - 1)^3 - 3x(x - 2)$
- β) $-10x^2 + 2(x + 3)^3 - (2x - 1)^2$

Άσκηση 6

Να αποδείξετε τις ταυτότητες:

- i. $(\alpha + \beta)^3 - (\alpha - \beta)^3 - 6\alpha^2\beta = 2\beta^3$
- ii. $2\alpha(2\alpha - 1)^2 - (2\alpha - 1)^3 - 4\alpha^2 = 1 - 4\alpha$

Άσκηση 7

Να κάνετε τις πράξεις:

- α) $5 + (x - 7) \cdot (x + 7)$
- β) $1 - (x - 1) \cdot (x + 1)$
- γ) $2x^2 - (x - 4)^2 - (x - 2) \cdot (2 + x)$
- δ) $1 - 3x(2x - 1) - (3 - x) \cdot (-x - 3)^2$

Άσκηση 8

Να βρείτε τα αναπτύγματα:

- α) $(x + 2) \cdot (x^2 - 2x + 4)$
- β) $(x - 1) \cdot (x^2 + x + 1)$
- γ) $(3\omega + 1) \cdot (9\omega^2 - 3\omega + 1)$



Άσκηση 9

Να γίνουν γινόμενα οι παραστάσεις:

i. $ax - by + bx - ay$

ii. $x^3 - 3x^2 - 4x + 12$

iii. $4a + ab - 20b - 5b^2$

iv. $8x^3 - 2x^2 - 4x + 1$

v. $a(x-1) + a^2 - x$

vi. $(a-b)^2 - a + b$

Άσκηση 10

Να γίνουν γινόμενα οι παραστάσεις:

i. $25x^2 + 40xy + 16y^2$

ii. $16x^2 - 56xy + 49y^2$

iii. $x^2y^2 - 10xy + 25$

iv. $9a^2 - 6ab + b^2$

Άσκηση 11

Να γίνουν γινόμενα οι παραστάσεις:

i. $(a+b)^2 - (a-b)^2$

ii. $25a^2x^4 - 4b^2$

iii. $(4x+2y)^2 - (2x-3y)^2$

iv. $3a^3b - 27ab^3$

v. $(a^2+1)^2 - 4a^2$

vi. $5x^5 - 20xy^3$

Άσκηση 12

Να γίνουν γινόμενα οι παραστάσεις:

i. $(x-y) - (a+b)^2 \cdot (x-y)$

ii. $x^2y^2 - 9y^2 - x^2 + 9$

iii. $a^2 + 2ab + b^2 - x^2 + 4x - 4$

iv. $y^2 + 2x - x^2 - 1$

v. $4(x+2y)^2 - 9(3x-y)^2$

Άσκηση 13

Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

i. $\frac{2x-4}{x^2-2x}$

ii. $\frac{x^2-1}{x^2-x}$

iii. $\frac{3x^2-2x}{9x^2-4}$

iv. $\frac{x^2-6x+9}{x^2-5x+6}$

v. $\frac{x-1}{\sqrt{x}-1}$

*Η Γνώση με τρόπο απλό και κατανοητό!*

Σολωμού 29 Αθήνα | τηλ.: 210 38 22 157 | info@arnos.gr | www.arnos.gr

Άσκηση 14

Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

i.
$$\frac{\alpha\beta - \alpha - \beta + 1}{\alpha - \alpha^2}$$

ii.
$$\frac{\alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2 - \gamma^2}{\alpha^2 - \alpha\beta + \alpha\gamma}$$

iii.
$$\frac{(\psi - 1)^2 - \psi + 1}{\psi^3 - 1}$$

iv.
$$\frac{(x + 2)^2 - x - 2}{x(x + 3) + 2}$$

v.
$$\frac{x(x - 5) - x^2 + 25}{x^2 - 6x + 5}$$

Άσκηση 15

Να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

i.
$$\frac{1}{x^2} - \frac{2}{x}$$

ii.
$$\frac{1}{x - 1} - \frac{2}{(x - 1)^2}$$

iii.
$$\frac{1}{2\alpha - 2} - \frac{\alpha}{\alpha^2 - 1}$$

iv.
$$\frac{x}{x^2 - 4} - \frac{1}{2 - x} + \frac{2}{3x + 6}$$

v.
$$\frac{1}{\psi^2 - 3\psi + 2} + \frac{3}{\psi^2 + \psi - 2} + \frac{1}{\psi^2 - 4}$$

Άσκηση 17

Να υπολογιστεί η παράσταση $\frac{x^2 - 2x + 1}{3x + 6} \cdot \frac{x^2 + 2x}{x - 1}$

Άσκηση 18

α) Να αποδείξετε ότι: $4x = (x + 1)^2 - (x - 1)^2$

β) Να γράψετε τον αριθμό 2000 ως διαφορά τετραγώνων δυο φυσικών αριθμών.

γ) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης: $\left(\frac{1005}{2} + 1\right)^2 - \left(\frac{1005}{2} - 1\right)^2$

